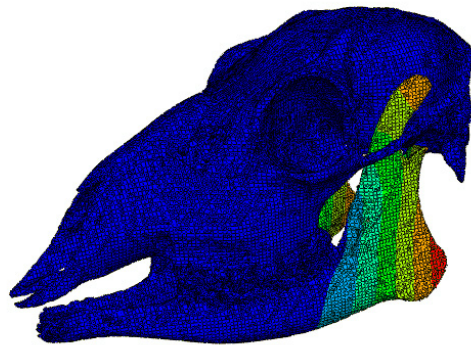




Escuela
Universitaria
Ingeniería
Técnica
Industrial
ZARAGOZA

PROYECTO FIN DE CARRERA

Modelización por Elementos Finitos del cráneo de un corzo hembra. Estudio de la tensión generada durante la masticación.



Realizado por:

Sofía González de la Cruz

Dirigido por:

Amaya Pérez del Palomar Aldea

Convocatoria: **Diciembre 2010**

Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Departamento de Ingeniería Mecánica

Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Zaragoza

Universidad de Zaragoza

La finalización de este proyecto supone un logro personal que no podría haber
llevado a cabo sin el apoyo incondicional de mi familia.

Mi agradecimiento también a las personas que de un modo u otro me han
acompañado y ayudado durante todo mi recorrido universitario hasta este
momento, gracias por vuestro tiempo, por vuestra ayuda y vuestra paciencia.

Y también a las personas que me han animado a continuar adelante, muchas
gracias.

Y mención especial a Amaya Pérez del Palomar Aldea, por su tiempo, su
dedicación y paciencia en el transcurso de éste proyecto.

Zaragoza, Diciembre de 2010.

Sofía González de la Cruz.

ÍNDICE

1. MOTIVACIÓN.....	03
1.1 Descripción del proyecto.....	06
2. ANATOMÍA DEL CORZO.....	09
2.1 Distribución.....	12
2.2 Variación geográfica.....	13
2.3 La cuerna.....	14
2.4 Hábitos alimentarios.....	16
3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....	17
3.1 Introducción al MEF.....	17
3.1.1 Evolución histórica.....	18
3.1.2 El MEF en la Bioingeniería.....	19
3.1.3 Principios básicos en el MEF.....	19
3.2 Formulación en el método de los Elementos Finitos.....	20
3.3 Características del MEF. Concepto de nodo y elemento.....	24
3.4 Condiciones de convergencia.....	26
3.4.1 Condiciones necesarias.....	27
3.4.2 Condiciones deseables.....	27
3.4.3 Condiciones generales.....	28
3.5 Refinamiento de la malla.....	28
3.6 Estructura de un programa de Elementos Finitos.....	29
3.6.1 Preprocesador.....	29
3.6.2 Módulo de análisis.....	29
4. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CRÁNEO DEL CORZO	
HEMBRA.....	31
4.1 Esquema de obtención del modelo computacional.....	32
4.2 Segmentación.....	33
4.3 Construcción de la malla.....	37

4.4 Conjunto, materiales y propiedades.....	39
4.5 Condiciones de contorno.....	42
4.6 Cargas que actúan en el modelo.....	43
5. RESULTADOS.....	45
5.1 Resultados preliminares.....	45
5.2 Simulación de la masticación del corzo.....	48
5.2.1 Masticación concéntrica completa.....	48
5.2.2 Masticación lateral completa.....	50
5.2.3 Masticación completa del músculo masetero.....	52
5.2.4 Masticación completa del músculo temporal.....	53
5.2.5 Masticación completa del músculo pterigoideo.....	55
5.3 Tablas resumen de resultados.....	57
6. CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO.....	58
6.1 Conclusiones.....	58
6.2 Desarrollo futuro.....	59
GLOSARIO.....	61
BIBLIOGRAFÍA.....	64

1. MOTIVACIÓN

Este proyecto se encuadra dentro de una línea de investigación en Biomecánica, que se desarrolla en el área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Zaragoza.

La Biomecánica es la Mecánica aplicada a la Biología, es decir, la disciplina que intenta predecir la mecánica en los sistemas vivos. Esta ciencia ayuda a entender el funcionamiento habitual de los organismos, a caracterizar el comportamiento de tejidos y órganos vivos desde el punto de vista mecánico, a predecir los cambios que sufren debido a las alteraciones y a proponer métodos de intervención artificial. Por ello, la diagnosis, la cirugía y el diseño de prótesis se encuentran directamente relacionados con ella.

La Biomecánica, como la mayoría de las disciplinas, desarrolla actualmente sus investigaciones en tres campos fundamentalmente: teórico, experimental y computacional. Una de las mayores dificultades con las que se encuentra la Biomecánica es la reconstrucción, en la mayoría de las ocasiones compleja, de la geometría del órgano a estudio de una forma automatizada. Para ello se están utilizando potentes herramientas de visualización gráfica y representación geométrica. La diagnosis por tratamiento de imágenes permite con ayuda de sofisticados algoritmos de segmentación discernir qué parte de la información de partida de la imagen corresponde a un determinado tejido y a partir de ello diagnosticar posibles enfermedades. El desarrollo de implantes personalizados mediante prototipado rápido o la generación de modelos físicos que permiten a un equipo médico el entrenamiento y la elección de una estrategia que facilite una intervención quirúrgica complicada son también aplicaciones de gran relevancia.

Otro campo de especial importancia es la denominada Biomecánica de Impacto, que pretende un mejor conocimiento del impacto en las principales zonas anatómicas, de las circunstancias bajo las cuales el trauma se ha generado y de la frecuencia. Tiene una aplicación directa en uno de los principales motivos de accidentes traumáticos, como son los accidentes de tráfico. Otro ámbito de aplicación donde la Biomecánica está permitiendo un gran avance es en el ámbito deportivo, por ejemplo, en la mejora del rendimiento, desarrollando técnicas de entrenamiento individualizadas, diseñando complementos materiales y equipamientos de altas prestaciones, etc. La mejora de las técnicas deportivas en los Centros de Alto Rendimiento mediante el estudio y mejora de la cinetodinámica de atletas, nadadores o ciclistas, el diseño de nuevas bicicletas adaptadas a las características anatómicas y de desarrollo motriz de un deportista concreto están de actualidad.

La Biomecánica proporciona herramientas de gran utilidad para la rehabilitación de los pacientes que sufren alguna anomalía física. Es muy frecuente en el mundo de la rehabilitación estudiar un movimiento como la marcha humana, estableciendo patrones que afectan al mecanismo de traslación del cuerpo y su centro de gravedad. Mediante la instrumentación técnica es posible tipificar las anomalías de la marcha y establecer los déficits de forma reproducible, para prevenir o minimizar trastornos, establecer programas terapéuticos personalizados y evaluarlos a lo largo del tiempo.



Fig. 1.0.1 Biomecánica de la marcha.

Otro de los problemas esenciales en Biomecánica es la compatibilidad entre los materiales artificiales que se incorporan con los tejidos biológicos. Los biomateriales han de poseer una serie de propiedades químicas, físicas y biológicas que les permitan mantenerse en un medio extremadamente hostil y ser además biocompatibles en función de varios factores: interacción entre el material y los tejidos, reacción resultante de la degradación del material, factores mecánicos, etc.

La irrupción y posterior generalización de técnicas de cálculo numérico y el incremento de las prestaciones de los ordenadores, que ha tenido lugar en los últimos veinte o treinta años, han permitido simular numéricamente muchos de los fenómenos, tanto en cantidad como en variedad, que esta disciplina estudia. Las simulaciones por ordenador del comportamiento de tejidos, mediante el desarrollo de las oportunas formulaciones matemáticas de las leyes que rigen esos comportamientos, permiten obtener resultados cuantitativos en procesos de gran complejidad. En este proyecto se pretende reproducir la geometría de un cráneo y una mandíbula animal, en concreto de un corzo hembra y estudiar las tensiones a las que están sometidas en condiciones distintas de carga que simulan la masticación.

El proyecto se centra en la modelización por elementos finitos del cráneo y la mandíbula de un corzo hembra, para observar las tensiones que experimentan ambos durante la masticación. Se simulará la masticación mediante la aplicación de unas cargas a los músculos que unirán el cráneo y la mandíbula y se estudiará el comportamiento óseo.

El amplio rango de lugares de alimentación refleja la diversidad morfológica en los aparatos de alimentación. El grado en el cual la forma del cráneo del mamífero refleja las tensiones generadas por la alimentación es desconocido. Además del aparato alimenticio, el cráneo acomoda las necesidades estructurales de los sistemas sensoriales y el cerebro.

Los modelos biomecánicos como los modelos “in Vitro”, “in Vivo”, así como los modelos de Elementos Finitos ofertan eficacia y entendimiento y mejoran los diagnósticos y la prevención de daños. Dentro de estos modelos, el modelo de EF es extensamente sólido en dar estimaciones de parámetros que no se podrían obtener si los analizáramos “in Vitro” ó “in Vivo”.

El análisis por EF se clasifica en dos categorías: Análisis Dinámico Específico (concreto) y Análisis Estático con diferentes modelos para estos estudios respectivamente.

Los modelos desarrollados en los estudios estáticos, son generalmente mas detallados en la representación de los materiales y la geometría. Estos modelos pronostican las tensiones internas y las respuestas biomecánicas bajo condiciones de cargas complejas. Y en este tipo de modelos se va a enfocar el siguiente proyecto.

El principal objetivo de este proyecto es estudiar la tensión soportada por el cráneo y la mandíbula del corzo objeto de estudio durante la alimentación. Tendremos en cuenta distintas situaciones, imitando a distintos tipos de mordida.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

En este proyecto fin de carrera se realiza un análisis por elementos finitos del comportamiento del cráneo y la mandíbula de un corzo hembra bajo la aplicación de unas cargas que simulan la alimentación de dicho animal, analizando los mapas de tensiones.

En el presente proyecto, se han seguido los siguientes pasos para su desarrollo:

En primer lugar, se describe la creación del modelo geométrico del cráneo y de la mandíbula del corzo hembra partiendo de las imágenes proporcionadas por el Departamento de Paleontología de la Universidad de Zaragoza. Estas imágenes serán tratadas con software de segmentación y creación de modelos numéricos para su análisis posterior. Las imágenes en formato FLT, que las utilizaremos para la construcción de un modelo geométrico en 3D con el programa MIMICS. Una vez obtenido el modelo geométrico del cráneo y de la mandíbula del corzo, creamos con este mismo programa un fichero de extensión STL que nos servirá para poder importarlo en otro programa, y crear una malla tridimensional. El programa utilizado para ello es el HARPOON.

Una vez obtenida la malla, se hacen unos cálculos iniciales en ABAQUS, con unas cargas y unas condiciones de contorno especiales y se estudian las tensiones observando especialmente si existe algún nodo suelto o alguna irregularidad en la malla. Para ello se utiliza el programa I-DEAS o directamente se eliminan en el archivo INP. Una vez que están listos los modelos geométricos por separado se juntan utilizando también el programa I-DEAS y se crean los músculos que unirán mandíbula y cráneo y donde se ejercerá la fuerza que provoque la tensión, imitando a una situación de masticación. Ya dibujados los músculos, se exporta de nuevo nuestro fichero con el conjunto nuevo y completo a ABAQUS para realizar los cálculos definitivos. Se exporta un fichero INP donde están definidos, los nodos, los elementos y los grupos que componen el conjunto y la malla de éste. En el archivo INP se modifican las cargas y las propiedades si es necesario, y se especifican materiales, condiciones de contorno. Después de ello se realiza el cálculo. Una vez calculado, en ABAQUS también, se obtienen los gráficos de tensiones máxima, mínima y desplazamientos y posteriormente se realizan unas tablas comparativas para todos los casos de carga estudiados.

En el proyecto se utilizarán los siguientes programas:

- **MIMICS.** El software de MIMICS permite procesar y editar los datos de imagen en 2D (CT, μ CT, resonancia magnética, etc) para construir modelos en 3D con la máxima precisión. Las herramientas de segmentación de gran alcance permiten segmentar imágenes de resonancia magnética, tomar medidas y en ingeniería directamente obtener el modelo 3D. Desde allí se puede exportar los datos 3D con una amplia gama de formatos de salida y aplicaciones de ingeniería, tales como FEA, el diseño, simulación quirúrgica, la fabricación de aditivos y más. Nosotros

exportamos el fichero STL para la realización de la malla tridimensional en otro programa.

- **HARPOON.** Con este programa la geometría superficial se lleva a través de los archivos STL. HARPOON crea en estas superficies una malla tridimensional.
- **I-DEAS.** Es un paquete integrado de diseño asistido por ordenador, modelado de superficies y sólidos y mallado de modelos. Es un programa muy potente a la hora de realizar mallas de elementos finitos por lo que se ha elegido para llevar a cabo el proceso y diseño de los distintos elementos estudiados.
- **ABAQUS.** Es otro paquete integrado de cálculo de elementos finitos con una gran librería de tipos de elementos y materiales con posibilidad de programar el comportamiento de materiales que no estén incluidos.

Finalmente se hace una breve descripción detallada explicando cada uno de los capítulos en los que se divide el proyecto:

En el capítulo 2 se hace un resumen de las características del corzo, de su anatomía, del cráneo y de la mandíbula, características de la especie,...

En el capítulo 3 se hace una introducción al método de los elementos finitos, sus características y su cálculo.

En el capítulo 4 se explica la creación del modelo geométrico de elementos finitos de nuestro cráneo y nuestra mandíbula, así como su unión y el proceso de mallado y el cálculo.

En el capítulo 5 se exponen los resultados obtenidos de tensión máxima, tensión mínima y desplazamientos para los distintos casos que estudiamos en dicho proyecto.

En el capítulo 6 se hace un resumen sobre las conclusiones más importantes obtenidas en la realización del proyecto, se hace una tabla comparativa de los resultados obtenidos y se indican posibles líneas futuras de investigación.

2. ANATOMÍA DEL CORZO

El corzo, (*Capreolus capreolus*) es un artiodáctilo¹ de la familia de los cérvidos². Es el más pequeño de los cérvidos europeos. Presenta unas extremidades traseras potentes, adaptadas al salto. Destaca en su morfología una franja negra en el hocico, grandes orejas, un escudo anal blanco con pelo erizable que rodea la rudimentaria cola, y astas con tres puntas y abundante “perlado” en los machos, que se renuevan anualmente. Tiene dos mudas al año, en primavera y en otoño; el manto de invierno es tupido y de color gris, y el de verano corto con gran variedad de tonalidades desde el anaranjado al castaño, si bien hay poblaciones en el sur de España que conservan la coloración gris también en verano.



Fig. 2.0 Corzo macho y corzo hembra.

El Corzo (*Capreolus capreolus*) es un ungulado³ de pequeño tamaño, y de hábitos discretos, haciéndole inconfundible en relación al resto de ungulados ibéricos (Saez-Royuela y Tellería, 1991). Presenta una serie de características morfológicas que le hacen estar bien adaptado a los ambientes boscosos (Costa, 1992; Danilkin, 1996). Aunque los machos suelen ser algo más grandes, el dimorfismo sexual entre machos y hembras es relativamente bajo, siendo la cuerna, presente únicamente en machos, la principal característica que sirve para diferenciar ambos sexos (San José, 2007). Medidas corporales, CC: 95-145 cm; CR: 54-83 cm; Ps: 16-30 kg. Fórmula dentaria: 0.0.3.3./3.1.3.3.

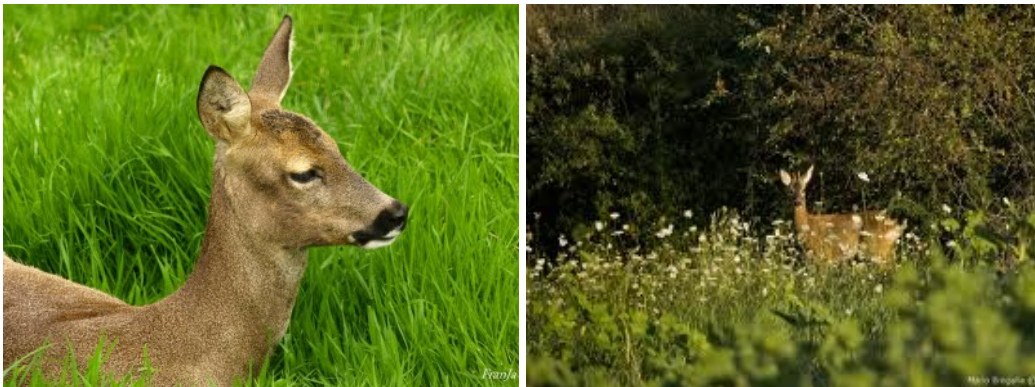


Fig. 2.0.1. y 2.0.2. Cabeza de un corzo hembra. Corzo hembra.

La cabeza es obtusa y corta, el cuello delgado, más largo que la cabeza, el cuerpo relativamente robusto, es grueso en la parte delantera y más bajo en la cruz

que en la región sacra, las patas son altas y delgadas, los ojos, grandes y vivos, tienen largas pestañas en los párpados superiores, y los sacos lacrimales son muy pequeños, apenas insinuados.

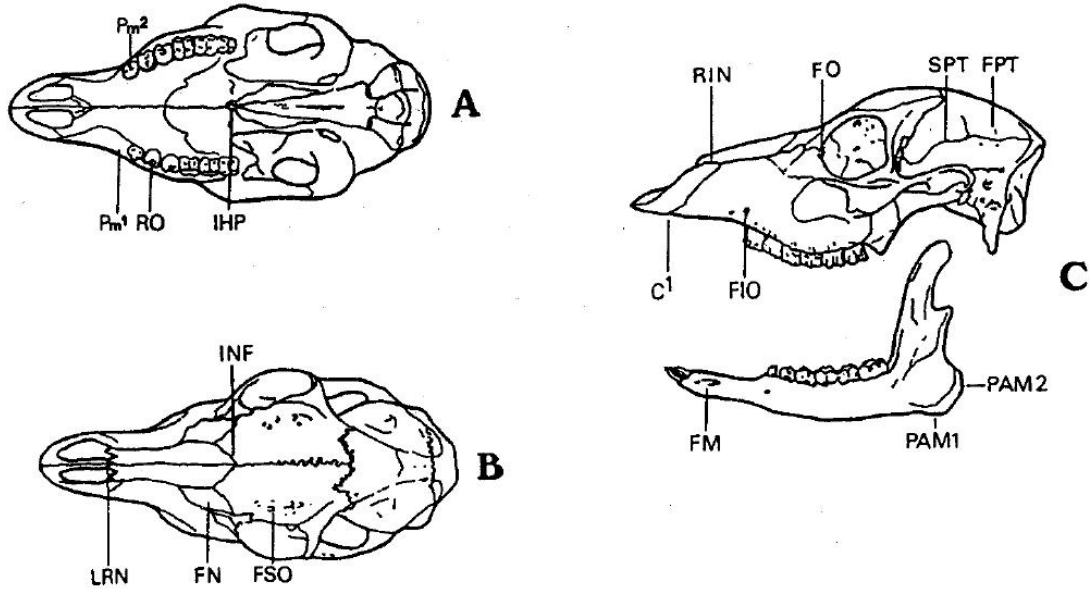


Fig. 2.0.3. Caras (A) Ventral, (B) Dorsal y (C) Lateral, con mandíbula del corzo.

Posee tres músculos que se distribuyen según la imagen siguiente y cuya función es diversa. En este proyecto los músculos son elementos clave y serán ellos los que realicen la fuerza que simulará la masticación del corzo en los apartados futuros. Los músculos son: el masetero, el temporal y el pterigoideo.

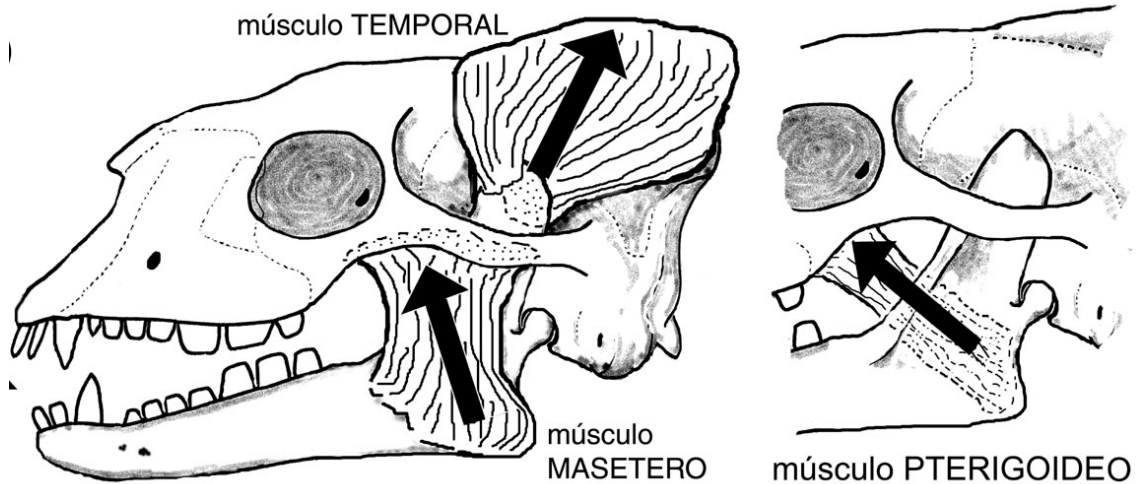


Fig. 2.0.4. Esquema aproximado de la distribución de los músculos.

2.1. DISTRIBUCIÓN

El corzo se encuentra en gran parte de la región Eurosiberiana donde alcanza por el norte el paralelo 67° en la Península Escandinava, y en el sur ocupa áreas meridionales de Italia y España (San José, 2007). En la cuenca mediterránea el patrón de distribución se caracteriza por la fragmentación de las poblaciones y la disminución de la densidad en las zonas más meridionales.

En la Península Ibérica se distribuye por la mitad norte, ocupando algunas cordilleras del centro y estando presente de manera puntual en el sur. Su distribución es más continua y extensa en la zona septentrional, mientras que en el sur se ciñe a los macizos montañosos con climatología y vegetación propias de regiones más frescas y húmedas, donde las poblaciones son menos abundantes y permanecen aisladas (Mateos-Quesada, 2005).

En España el corzo se distribuye de forma homogénea por los Pirineos, País Vasco y Cordillera Cantábrica hasta la Sierra de Los Ancares en Lugo, y los Montes de León, desde donde ha colonizado gran parte de Galicia. En Portugal aparece de forma natural al norte del río Duero. Ha experimentado una gran expansión en los Sistemas Ibérico y Central, penetrando hasta la parte más occidental de Las Batuecas. Se ha expandido así mismo en las Sierras de Cameros, La Demanda y Urbión, ocupa las provincias de Burgos, Soria y La Rioja, la vertiente aragonesa del Moncayo y la submeseta Norte, habiéndose localizado en varios municipios de la provincia de Valladolid. También en Guadalajara ha ampliado su distribución, y se ha expandido desde el Sistema Central hacia la Serranía de Cuenca. En el sur peninsular sólo las poblaciones de corzos de los Montes de Toledo parecen estar experimentando una cierta expansión. Al sur del Guadiana las poblaciones de Sierra Morena se localizan en el suroeste de Ciudad Real, penetrando en la provincia de Badajoz, y de manera puntual en la confluencia con las provincias de Córdoba y Jaén. Las poblaciones de Cádiz y Málaga se mantienen estables, aunque a densidades relativamente bajas comparadas con el resto de poblaciones españolas. En cuanto a la caracterización genética, estudios recientes revelan una clara diferenciación entre las poblaciones de la mitad sur y la mitad norte de España. El traslado y la repoblación de corzos es una práctica relativamente reciente en España.

En Cataluña y en el País Vasco se han efectuado repoblaciones con corzos procedentes de Francia.

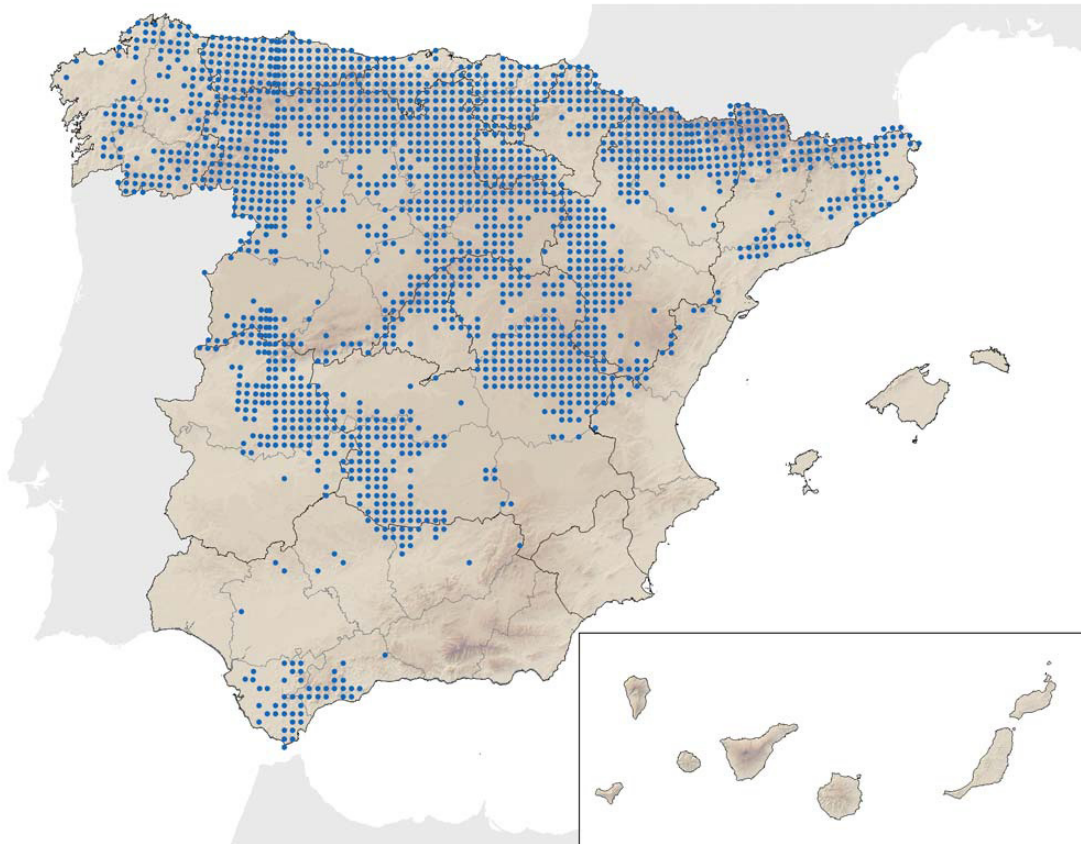


Fig. 2.1 Gráfico de distribución de la población del corzo en España

2.2. VARIACIÓN GEOGRÁFICA

La amplitud del área de distribución y la diversidad de biotopos que coloniza la especie determinan la existencia de una alta variabilidad morfológica y ecológica, lo que propicia la aparición de ecotipos o formas locales. A principios del siglo XX la gran variación fenotípica de esta especie condujo a la descripción de multitud de subespecies, pero tras la revisión de Corbet (1978), todas las subespecies quedaron englobadas en una única especie: *C.c capreolus* para todo el continente europeo. Se ha descrito un ecotipo de corzo andaluz, propio de las sierras de Cádiz y Málaga, típico del ambiente mediterráneo xerofítico⁴, caracterizado por una coloración invariablemente gris a lo largo de todo el año, ausencia de babero blanco en el cuello, pequeño tamaño, dimorfismo⁵ sexual mas acentuado, y cráneos mas cortos y anchos.

2.3. LA CUERNA

La cuerna, presente solo en machos, es ósea y se origina en los pedúnculos, que son unas protuberancias situadas en el hueso frontal. Su asta central no suele superar los 25 cm de longitud (Mateos-Quesada, 2005). Además de esta rama central (punta superior) suele presentar una punta situada en la mitad anterior (delantera o luchadera), y una tercera punta (punta posterior o garceta), que suele estar ubicada en el tercio superior de la cuerna y que está dirigida hacia atrás (Goss, 1983; Montulet, 1984; Braza et al., 1994). De delante hacia atrás, también se las denomina 1ª, 2ª y 3ª punta. En ejemplares adultos no es difícil encontrar puntas adicionales o formas diferentes a la descrita (Mateos-Quesada, 2005). La base de la cuerna esta formada por una roseta o corona, que es un ensanchamiento de desarrollo variable por el que se inserta la cuerna en los pedúnculos.

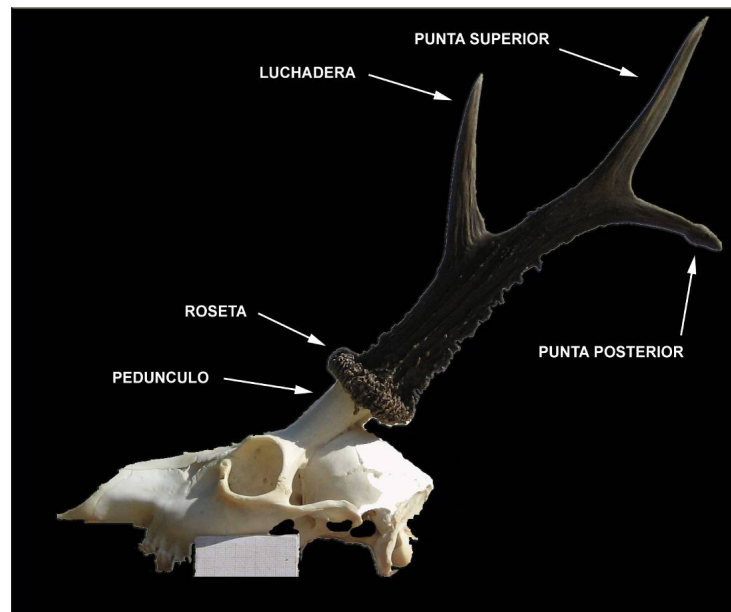


Fig. 2.3.1. Partes de la cuerna del corzo.

Se denomina perlado a las protuberancias que normalmente se sitúan en la base de la cuerna pero que pueden llegar a cubrir casi toda la cuerna. Las funciones de este perlado no están del todo claras (Mateos-Quesada, 2005). El color de la cuerna es variable, aunque generalmente es marrón sobre fondo de marfil (Braza et al., 1994).

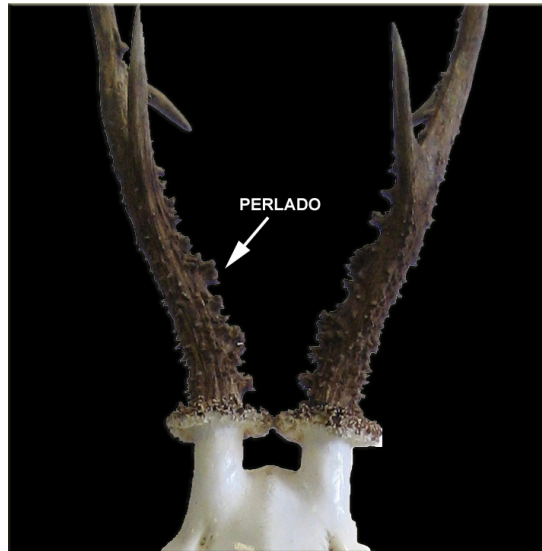


Fig. 2.3.2. Detalle del perlado en la cuerna del corzo.

Los machos pierden la cuerna (desmogue) entre noviembre y diciembre, y a partir de este momento se creará una nueva cuyo tamaño y perlado están relacionados con la edad, las condiciones ambientales, el estado físico del individuo o estrés (Mateos-Quesada, 2005). Finalmente, la cuerna está completamente mineralizada entre marzo y mayo. Para el corzo andaluz el desmogue comienza un poco antes, desde principios octubre hasta mediados de noviembre (Braza et al., 1994), y la cuerna estará limpia a finales de febrero, un mes antes que en el norte de la Península Ibérica y resto de Europa.

Mateos-Quesada (2005) señala que aún no ha sido explicado el hecho de que el corzo desarrolle la cuerna en el periodo que más escasea el alimento. Es cuando se requiere un mayor aporte energético para el mantenimiento de su metabolismo (finales del otoño), y está lejos de los meses con más alimento (primavera), elegidos por otras especies como el ciervo.

Vanpé et al. (2007) han encontrado diferencias en el tamaño de las cuernas en función de las clases de edad: observaron un crecimiento hasta el séptimo año de vida y una disminución del tamaño a partir de dicha edad (senescencia). Además, observaron que el tamaño de las cuernas aumentaba alométricamente con la masa corporal. Este incremento era particularmente elevado en el caso de los machos senescentes⁶. Esto parece sugerir el desarrollo de dos tácticas reproductivas diferentes: los machos viejos de más peso invierten en el crecimiento de los cuernos lo que, potencialmente, les permitiría competir por los territorios; mientras que los machos viejos de menos peso desarrollan cuernos más pequeños,

abandonando probablemente la defensa de los territorios. El tamaño de los cuernos en el corzo, por lo tanto, podría proporcionar una señal honesta de la calidad fenotípica⁷ de los machos.

2.4. HÁBITOS ALIMENTARIOS

El grupo más importante de los mamíferos herbívoros lo forman los rumiantes, aquellos animales que digieren los alimentos en dos etapas, primero los consumen y luego realizan la rumia. Ésta consiste en regurgitar el material semidigerido y volverlo a masticar para deshacerlo y agregarle saliva. Su mandíbula les permite hacer movimientos laterales para poder triturar y ensalivar los alimentos. Sus molares son muy planos, y permiten machacar los alimentos hasta formar una pasta. Su saliva da reacción alcalina, lo que permite digerir mejor los carbohidratos. La flora intestinal juega un papel muy importante en la digestión de materiales vegetales.

El corzo en particular, muestra un comportamiento alimentario muy selectivo, consumiendo preferentemente materia vegetal de alto valor nutritivo con bajo contenido en fibra. Sin embargo, en muchos lugares de Europa la dieta fundamental de la especie está constituida por grano de origen agrícola. Combinan el pastoreo de herbáceas con el ramoneo de brotes tiernos. Las gramíneas son claves en su dieta.

El corzo es un animal predominantemente forestal, que sale a campo abierto en contadas ocasiones durante el verano para añadir algunas hierbas a su dieta, basada en el consumo de hojas de arbustos y árboles bajos, así como bayas y brotes tiernos. Sus hábitos son crepusculares, viéndosele rara vez durante el día, que suele pasar escondido entre la espesa vegetación.

3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

En este capítulo se hace una breve introducción al Método de elementos finitos (MEF) describiendo las características y partes de cálculo.

3.1. INTRODUCCIÓN AL MEF

El método de los elementos finitos (MEF) es un método numérico para la resolución de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales.

La resolución de un problema diferencial sobre un dominio mediante el método de los elementos finitos se puede dividir en dos etapas:

- 1- Establecimiento de la formulación variacional, integral o débil del problema.
- 2- Búsqueda de una solución aproximada mediante la discretización del dominio en un número finito de subdominios en los que se establece la aproximación de la función incógnita.

Mediante la aplicación de estos conceptos, el problema diferencial original se transforma en un problema algebraico dando lugar a un sistema de ecuaciones, que serán lineales o no dependiendo del problema inicial, cuyas incógnitas son los valores de la función en una serie de puntos de cada uno de los subdominios en los que se ha discretizado el dominio inicial y que es fácil de resolver por métodos numéricos. Los subdominios en los que se divide el dominio del problema se denominan *elementos* y los puntos que los delimitan y en los que se calcula el valor de la solución, se denominan *nodos*.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

3.1.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA.

Su desarrollo desde los años cincuenta hasta la actualidad ha sido constante y actualmente puede considerarse como el método de análisis numérico más extendido en la mayoría de los ámbitos de la ingeniería.

Comenzó a desarrollarse partiendo de ideas energéticas, con el fin de resolver problemas complejos de geometría y carga.

En los años 60 se establecieron las bases matemáticas del método y deja de estar limitado a problemas estáticos lineales y se aplica en problemas no lineales y dinámicos.

En los años 70, permite su aplicación en campos tan amplios como la mecánica de fluidos, transmisión de calor, electricidad, etc. y aparecen en el mercado los grandes programas de elementos finitos.

Finalmente, el gran desarrollo de los pre y post procesadores gráficos así como la aplicación en microordenadores, ha permitido su expansión en la pequeña y mediana empresa.

En la actualidad, el MEF se ha consolidado como la principal herramienta de cálculo tanto en análisis estructural como en cualquier otro ámbito de la industria y la ingeniería.

3.1.2. EL MEF EN LA BIOINGENIERÍA.

El método de los elementos finitos es uno de los más utilizados para la resolución de problemas tenso-deformadores en articulaciones. Esto se debe a que es posible predecir las distribuciones de tensiones y los desplazamientos que se producen en dichas zonas al aplicar unos casos de carga, sin recurrir a modelos reales. Las variables de entrada para este tipo de modelos son las siguientes:

- **Las propiedades mecánicas de los materiales.** En el caso de la mandíbula y el cráneo de nuestro proyecto las propiedades de los materiales son iguales en todas las direcciones, comportamiento de un material isótropo.
- **Las distribuciones de carga** sobre unos puntos del cráneo y mandíbula determinados.
- **La geometría real.** Se utilizan elementos tridimensionales y bidimensionales. Con todo esto, se pretende una mejor aproximación a la situación real de las hipótesis planteadas en el modelo, lo que supone siempre un mejor ajuste de los resultados obtenidos y una mayor utilidad en los mismos.

3.1.3 PRINCIPIOS BÁSICOS EN EL MEF.

La resolución de un problema diferencial sobre un dominio mediante el método de los elementos finitos se puede dividir en las siguientes etapas:

- **Concretar el contorno.** Dividir el contorno en elementos.

- **Seleccionar las funciones de interpolación.** Asignar nodos a cada elemento y después elegir el tipo de función de interpolación que represente la variación en el campo sobre los elementos. El campo variable puede ser un escalar, un vector, etc. A menudo se usan funciones polinómicas ya que son fáciles de integrar y derivar. El número de funciones polinómicas depende del número de nodos asignados a cada elemento, la naturaleza y el número de incógnitas en cada nodo. Por supuesto, son necesarias unas condiciones de continuidad impuestas en los nodos y en los elementos.

- **Indicar las propiedades de los elementos.** Una vez el modelo de elementos finitos ha sido establecido, se puede expresar una matriz de ecuaciones (matriz de rigidez) que indican las propiedades individuales de cada elemento.

- **Ensamblaje de la matriz.** Combinar las matrices de rigidez de los elementos para formar la matriz de rigidez en la región o contorno. Esta matriz es del mismo tipo que la de los elementos individuales excepto en que tienen mas términos porque incluye todos los nodos.

- **Resolver el sistema de ecuaciones.** Una vez han sido introducidas las condiciones de contorno en la matriz final ya ensamblada, se resuelve el sistema de ecuaciones para la obtención de las incógnitas en los nodos.

3.2 FORMULACIÓN DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El problema diferencial original se puede transformar en un problema algebraico dando lugar a un sistema de ecuaciones, que serán lineales o no dependiendo del problema inicial. Los subdominios en los que se divide el dominio del problema se denominan elementos y los puntos que los delimitan, y en los que se calcula el valor de la solución, se denominan nodos.

Un problema diferencial cualquiera se puede expresar en notación matricial según:

$$Au = f \text{ en } \Omega$$

Y sus condiciones de contorno vienen dadas por:

$$C_u = g \text{ en } \delta\Omega$$

Donde A es un operador diferencial que en mecánica de sólidos habitualmente es del orden $2k$ (par), u es un vector que contiene las funciones incógnitas y f es el vector de términos independientes; Ω es el dominio en el que está definido el problema y $\delta\Omega$ su contorno.

Para llegar hasta esta formulación se parte de las ecuaciones cinemáticas que relacionan deformaciones y desplazamientos, y que podemos expresar como:

$$\varepsilon = Hu$$

$H = [\text{gra } d(\cdot)]_{\text{sym}} = \frac{1}{2} [\text{gra } d(\cdot) + \text{gra } d^T(\cdot)]$ en el caso de la elasticidad tridimensional.

Introduciendo las leyes de comportamiento tenemos que:

$$\sigma = D\varepsilon = DHu = Su$$

Por último, las ecuaciones de equilibrio interno del sólido nos permiten llegar a la formulación expuesta anteriormente:

$$f = -Q\sigma = -QSu = Au$$

Donde nuevamente para el problema tridimensional, Q es el operador divergencia.

Los operadores H y Q son diferenciales de primer orden, mientras que D es el tensor de comportamiento del material, y será constante para materiales homogéneos, por lo tanto el orden del operador final, A , será $2(2k = 2)$. En cuanto a las condiciones de contorno, podemos separar las esenciales (en desplazamientos) de las naturales (en tensiones), con lo que quedará:

$$\tilde{n} = Fu \text{ en } \partial\Omega_u$$

$$\bar{t} = G\sigma \text{ en } \partial\Omega_t$$

Donde \bar{u} y \bar{t} son los valores conocidos de desplazamiento y tensiones de contorno, y $\partial\Omega_u$ y $\partial\Omega_t$ las regiones del contorno donde se especifican los desplazamientos y las tensiones, respectivamente.

Para obtener la formulación débil de un problema diferencial cualquiera, el procedimiento a seguir consiste en multiplicar escalarmente la ecuación de partida por una función vectorial cualquiera η , que se denomina función de ponderación (o funciones, cuando se hable de sus componentes), e integrar sobre el dominio por partes k veces la expresión resultante, es decir:

$$\int_{\Omega} \eta^T A u d\Omega = \int_{\Omega} \eta^T f d\Omega$$

En el caso del problema elástico lineal, la integración por partes lleva a:

$$\int_{\Omega} (H\eta)^T (Su) d\Omega - \int_{\partial\Omega} (F\eta)^T (GSu) d\Gamma = \int_{\Omega} \eta^T f d\Omega$$

Si se exige a las funciones de ponderación (sobre las que, hasta ahora, no se había impuesto ninguna condición, por lo que se podían escoger arbitrariamente) que cumplan las condiciones de contorno esenciales (en desplazamientos) homogéneas, es decir:

$$F\eta = 0 \text{ en } \partial\Omega_u$$

La integral de superficie será conocida, dado que sólo se extenderá a $\partial\Omega_t$, región de la frontera donde el producto $GSu = G\sigma$ es dado por las condiciones de contorno naturales (en tensiones). Reordenando la ecuación de forma que todos los términos conocidos queden a la derecha:

$$\int_{\Omega} (H\eta)^T (Su) d\Omega = \int_{\partial\Omega_t} (F\eta)^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \eta^T f d\Omega$$

Ecuación conocida como primera identidad de Green, que expresa la formulación variacional o débil del problema elástico lineal, dado que las exigencias de derivabilidad de la función incógnita, u , se han reducido la mitad (ahora u sólo ha de ser derivable k veces en lugar de las $2k$ exigidas por la formulación diferencial o fuerte), al trasladarse la otra mitad de las derivadas a la función de ponderación η (debe recordarse que los operadores H y S son de orden $K=1$).

La siguiente fase en el desarrollo del MEF consistirá en aproximar la función incógnita u (los desplazamientos en el caso del problema elástico lineal) mediante una combinación lineal, u^N , de N funciones de aproximación, ϕ_i , que constituyan una base del llamado espacio de aproximación (para distinguirlo del espacio de búsqueda, de dimensión infinita, al que pertenece la solución exacta u):

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \phi_i \text{ con } \phi_i \text{ una base del espacio de búsqueda, de dimensión } \infty$$

$$u^N = \sum_{i=1}^N b_i \phi_i \text{ con } \phi_i \text{ una base del espacio de aproximación, de dimensión } N$$

N

$$u \approx u^N$$

Introduciendo esta aproximación en la formulación débil se tiene que:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (H\eta)^T \left(S \sum_{i=1}^N a_i \phi_i \right) d\Omega &= \int_{\partial\Omega_t} (F\eta)^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \eta^T f d\Omega \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^N a_i \int_{\Omega} (H\eta)^T (S \phi_i) d\Omega &= \int_{\partial\Omega_t} (T\eta)^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \eta^T f d\Omega \end{aligned}$$

Como η y ϕ_i son conocidas (se han elegido previamente), las integrales son números conocidos, con lo que nos encontramos ante una ecuación lineal con N incógnitas que son los coeficientes a_i de la combinación lineal de u^N respecto de las funciones de aproximación. Para poder resolver el problema sería necesario tener N ecuaciones en lugar de una sola. Para ello se escogen N funciones de

ponderación, η_j diferentes con las que se puede plantear un sistema de N ecuaciones lineales con N incógnitas cuya representación matricial será:

$$K a = F \quad K_{ij} a_i = F_j$$

K se denomina matriz de rigidez del problema, siendo:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} (H \eta_j)^T (S \phi_i) d\Omega$$

Mientras que F es el vector de fuerzas externas:

$$F_j = \int_{\Gamma_t} (H \eta_j)^T t d\Gamma + \int_{\Omega} (H \eta_j)^T f d\Omega$$

De donde podemos despejar el vector de coeficientes a, y con ellos calcular la solución aproximada u^N .

3.3 CARACTERÍSTICAS DEL MEF. CONCEPTO DE NODO Y ELEMENTO.

Hasta aquí se ha descrito cuál es el procedimiento para transformar el problema diferencial inicial en otro algebraico mediante lo que se conoce, en general, como método Galerkin, del que el método de los elementos finitos es un caso particular. A continuación se pretende concretar algo más a cerca de cómo se escogen las funciones de ponderación y aproximación en el MEF y de cuál es su significado físico, que es lo que diferencia a éste de otros métodos de Galerkin. Como consecuencia de ello se verá también que representan los coeficientes a_i de la expresión de la solución aproximada como combinación lineal de las funciones de aproximación y se introducirán los conceptos de nodo y elemento.

El MEF toma las funciones de ponderación y aproximación iguales (se las suele denominar genéricamente funciones de forma). Esta es la particularización de Galerkin conocida como Bubnov-Galerkin, quedando así las funciones de forma:

$$\eta_i = \varphi_i$$

Con lo que los coeficientes de la matriz de rigidez serán:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} (H \eta_j)^T (S \phi_i) d\Omega = \int_{\Omega} (H \varphi_j)^T (S \phi_i) d\Omega = \int_{\Omega} (H \varphi_j)^T D (H \varphi_i) d\Omega$$

Y al ser la matriz de comportamiento D , simétrica, K_{ij} lo será también.

Las funciones de ponderación y aproximación son polinómicas, concretamente splines polinómicas de orden bajo y soporte pequeño (son en la que la función toma valores distintos de cero).

Cada función de aproximación se adscribe a un punto del dominio y a un grado de libertad. Es decir, cada función vectorial tiene una sola componente no nula, que toma el valor 1 en su punto y se anula para los demás. Eligiendo así las funciones se encuentra el significado físico de los coeficientes a_i .

A partir de las características citadas se pueden introducir ya los conceptos de nodo y elemento en relación con las funciones de forma. Los puntos donde cada función toma el valor unidad son los nodos y los subdominios donde las funciones de aproximación son continuas son los elementos. La aproximación de la variable esencial (los desplazamientos) se realiza interpolando los valores nodales mediante las funciones de forma. Según sean estas funciones de forma, el valor del desplazamiento de un nodo influirá en una región más o menos extensa del dominio del problema. De esta forma, el dominio se divide, en una serie de subdominios definidos por el hecho de que la aproximación en todos los puntos de su interior se realiza en función de los desplazamientos de un mismo conjunto de nodos que lo delimita. Estos subdominios son los elementos (finitos).

En la práctica la división del dominio del problema en una serie de elementos, cada uno con determinado número de nodos según la aproximación que se desee conseguir en distintas regiones, es lo que determina las funciones de forma de manera que cumplan los requisitos expuestos anteriormente. La función de forma asociada a cada nodo es distinta de 0 únicamente en el interior de los elementos a los que pertenece el nodo, y dentro de éstos se anulará en los nodos a

los que no esté adscrita. De esta forma se puede describir de forma rigurosa un elemento como la intersección de los soportes de las funciones de forma de sus nodos.

En resumen, el procedimiento general que se sigue en todos los casos es:

- **El problema continuo se discretiza** dividiendo el dominio en un número arbitrario de elementos finitos.
- **Los elementos están determinados y conectados entre sí a través de una serie de nodos.** Los desplazamientos de estos nodos son las incógnitas fundamentales del problema.
- **Las funciones de forma** se toman de forma que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada elemento al interpolar los desplazamientos nodales del mismo.
- **Las funciones de desplazamientos** obtenidas interpolando los valores nodales mediante las funciones de forma definirán entonces de manera única el estado de deformación dentro del elemento. Estas deformaciones calculadas a partir de los desplazamientos, junto con las deformaciones iniciales que pudiese haber y las propiedades comportamiento del material, definirán el estado de tensiones en todo el elemento y también su contorno.
- **Se determina entonces un sistema de fuerzas equivalentes** en los nodos tal que equilibren las tensiones en el contorno y todas las cargas distribuidas en su interior, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos.

3.4 CONDICIONES DE CONVERGENCIA.

La aproximación por elementos finitos debe satisfacer ciertas condiciones que garanticen que, a medida que se utilice una malla con más elementos para modelar el problema, la solución se aproxima más a la exacta. Cuando esto sucede se dice que el análisis es convergente.

Hay una serie de condiciones necesarias para que la solución sea convergente, pero estas condiciones no son suficientes por ellas mismas para garantizarla, por lo que también se intenta satisfacer una serie de condiciones que, aunque no son estrictamente necesarias, si resultan deseables.

3.4.1. CONDICIONES NECESARIAS.

- **Condición de continuidad:** El campo de desplazamientos debe ser continuo en el interior de cada elemento. Esta condición se satisface automáticamente al utilizar aproximaciones polinómicas.
- **Condición de derivabilidad:** La aproximación polinómica escogida debe ser derivable al menos hasta el orden de la formulación débil, por lo que hay que elegir polinomios de orden K .
- **Condición de integrabilidad:** Las funciones de aproximación y las derivadas de ellas que aparecen en la formulación débil deben ser integrables. Esto queda garantizado al tomar funciones polinómicas.
- **Condición de complitud:** La aproximación polinómica ha de ser capaz de representar estados de deformación nula (movimientos de sólido rígido) y constante. Para ello es necesario que los polinomios contengan todos los términos hasta el orden K .

3.4.2 CONDICIONES DESEABLES.

- **Condición de compatibilidad:** La compatibilidad supone la continuidad de las variables esenciales entre elementos. Para garantizarla, la aproximación definida sobre los elementos debe ser continua de orden K en el interior del elemento y de orden $K - 1$ en el contorno.
- **Condición de estabilidad:** La condición de estabilidad supone que el elemento no adopta formas de mecanismo o modos de deformación de energía nula.

- **Condición de invarianza geométrica:** Es deseable tener el mismo orden de aproximación en cualquier dirección. Esto se consigue utilizando polinomios del mismo grado en x , y , z .

3.4.3 CONDICIONES GENERALES.

Las condiciones de complitud y compatibilidad son suficientes aunque no necesarias para garantizar la convergencia, siendo ésta además monótona. Los elementos que cumplen ambas condiciones se denominan elementos conformes. No obstante, si bien todos los elementos conformes son convergentes, hay elementos convergentes que no son conformes, pero en este caso la convergencia deja de ser monótona.

3.5 REFINAMIENTO DE LA MALLA.

La mejora de la precisión de una malla de elementos finitos puede conseguirse de dos formas diferentes, aunque las dos conducen a un aumento del número de nodos de la malla y por lo tanto a problemas con mayor número de grados de libertad. La primera solución es aumentar el número de elementos manteniendo su orden de aproximación. A esta estrategia se la denomina método $-h$, refiriéndose con h al tamaño del lado del elemento, que se reduce dando lugar a una discretización más fina. La alternativa consiste en mantener constante el número de elementos pero aumentar su orden de aproximación. Éste es el método $-p$, denominado así porque se incrementa el orden de los polinomios de las funciones de forma de los elementos.

Ambas estrategias se han aplicado en métodos de incremento de precisión automáticos que, a partir de estimadores locales del error, refinan la malla en aquellas zonas en las que el error es más elevado. Estos métodos se denominan de elementos finitos adaptables. En la actualidad predominan los autores que se decantan por refinar la malla aumentando el número de elementos antes que el orden mismo, puesto que los elementos más sencillos dan lugar a un comportamiento numérico más estable, si bien éste sigue siendo uno de los campos de investigación de mayor interés en elementos finitos.

3.6 ESTRUCTURA DE UN PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS.

Un programa de cálculo por elementos finitos consta de tres módulos bien diferenciados: el preprocesador, el módulo de análisis y el postprocesador.

3.6.1 PREPROCESADOR.

En este módulo de la aplicación se introducen los datos que definen el tipo (o tipos) de elemento que se va a utilizar y la discretización (malla de elementos finitos) realizada para resolver el problema. Estos datos son, esencialmente:

- **La geometría del problema.** Se debe definir por medio de puntos, curvas, superficies y volúmenes la geometría del sólido analizado.
- **El tipo y las características geométricas de los elementos.** El tipo de elemento vendrá dado por el modelo analítico utilizado para plantear el problema: elasticidad tridimensional, deformación o tensión plana, barras, etc.
- **Las propiedades físicas del material** que definen las ecuaciones de comportamiento.
- **La malla de elementos finitos** utilizada en la partición del dominio del problema, que debe adaptarse a las características de éste, intentando realizar mallas más densas allí donde se espere que la solución varíe más rápidamente.
- **Las cargas** a las que está sometido el sólido y **las condiciones de apoyo** que impiden su movimiento como un sólido rígido.

3.6.2 MÓDULO DE ANÁLISIS.

A continuación, una vez introducidos todos los datos del problema, se resuelve éste mediante el proceso de cálculo expuesto con anterioridad:

- **Ensamblaje de la matriz de rigidez K** a partir de las matrices de rigidez elementales K^e .
- **Ensamblaje del vector de cargas F** a partir de los vectores de cargas elementales F^e .
- **Imposición de las condiciones de apoyo.**

Resolución del sistema de ecuaciones resultante:

$$K \cdot u = F \Rightarrow u = K^{-1} \cdot F$$

Cálculo de tensiones y deformaciones en los elementos a partir del campo de desplazamientos obtenido interpolando las soluciones nodales

$$\varepsilon = H(u), \sigma = D\varepsilon$$

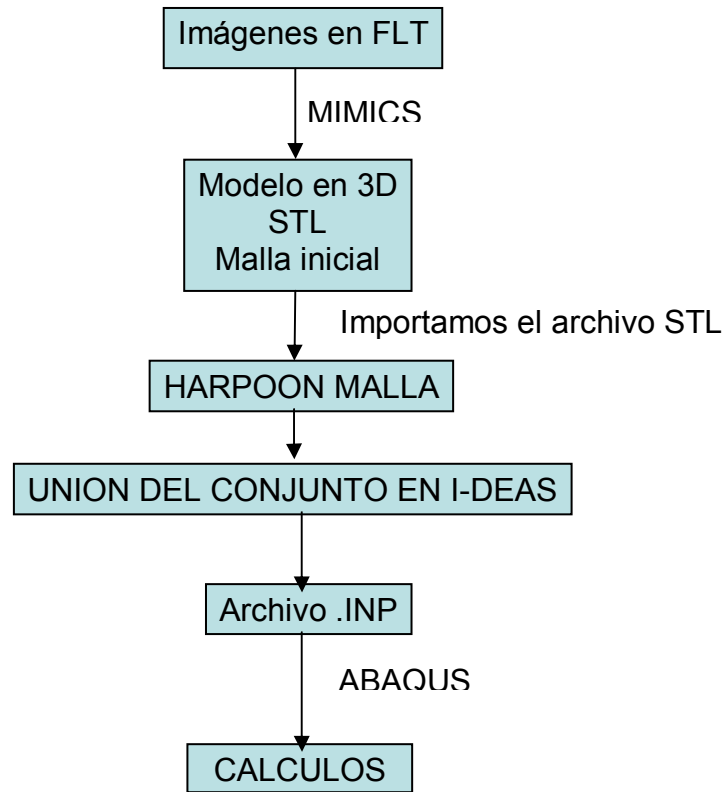
Con ayuda de este módulo se pueden visualizar los resultados del problema. Se pueden representar los desplazamientos de los nodos, los mapas de tensiones y deformaciones, la configuración deformada del sólido, gráficas de evolución de cualquiera de las variables analizadas, etc.

4. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CRÁNEO DEL CORZO HEMBRA

En este capítulo se describe la metodología desarrollada para la simulación computacional del cráneo del corzo hembra sometido a diferentes cargas de masticación.

En primer lugar, se describe la creación del modelo geométrico del cráneo y de la mandíbula del corzo hembra partiendo de las imágenes proporcionadas por el Departamento de Paleontología de la Universidad de Zaragoza. Estas imágenes serán tratadas con software de segmentación y creación de modelos numéricos para su análisis posterior.

4.1 ESQUEMA DE OBTENCIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL.



En primer lugar, se describe la creación del modelo geométrico del cráneo y de la mandíbula del corzo hembra partiendo de las imágenes proporcionadas por el Departamento de Paleontología de la Universidad de Zaragoza. Estas imágenes serán tratadas con un software de segmentación y creación de modelos numéricos para su análisis posterior. Las imágenes en formato FLT, las utilizaremos para la construcción de un modelo geométrico en 3D con el programa MIMICS. Una vez obtenido el modelo geométrico del cráneo y de la mandíbula del corzo, creamos con este mismo programa un fichero de extensión STL que nos servirá para poder importarlo en otro programa, y crear una malla tridimensional. El programa utilizado para ello es el HARPOON.

Una vez obtenida la malla, se hacen unos cálculos iniciales en ABAQUS, con unas cargas y unas condiciones de contorno especiales y se estudian las tensiones observando especialmente si existe algún nodo suelto o alguna irregularidad en la malla que directamente se elimina en el archivo INP. Una vez que están listos los modelos geométricos por separado se unen utilizando el programa I-DEAS y se añaden los músculos que unirán mandíbula y cráneo y

donde se ejercerá la fuerza que provoque la tensión, imitando a una situación de masticación. Ya dibujados los músculos, se exporta de nuevo el fichero con el conjunto nuevo y completo a ABAQUS para realizar los cálculos definitivos. Se exporta un fichero INP donde están definidos, los nodos, los elementos y los grupos que componen el conjunto y la malla de éste. En el archivo INP se modifican las cargas y las propiedades si es necesario, y se especifican materiales, condiciones de contorno. Después de ello se realiza el cálculo. Una vez calculado, en ABAQUS también, se obtienen los gráficos de tensiones máxima, mínima y desplazamientos.

4.2 SEGMENTACIÓN

El modelo geométrico se obtiene a partir de imágenes de tomografías computerizadas (TAC), en formato FLT.

La Tomografía Axial Computerizada (TAC) permite distinguir las partes óseas por escala de grises, es una tecnología sanitaria de exploración de rayos X que produce imágenes detalladas de cortes axiales del cuerpo. En lugar de obtener una imagen como la radiografía convencional, la TAC obtiene múltiples imágenes al rotar alrededor del cuerpo. Una computadora combina todas estas imágenes en una imagen final que representa un corte del cuerpo como si fuera una rodaja. Esta máquina crea múltiples imágenes en rodajas (cortes) de la parte del cuerpo que está siendo estudiada. Una ventaja importante de la TAC es su capacidad de obtener imágenes de huesos, tejidos blandos y vasos sanguíneos al mismo tiempo. En este proyecto se estaba interesados en reconstruir partes óseas, por tanto las imágenes que la TAC nos proporciona son muy detalladas y adecuadas para poder utilizarlas en la creación del modelo 3D.

Para poder realizar un modelo computacional, primero hay que definir el volumen del sólido que se quiere construir. Para realizar dicho modelo es necesario desarrollar la “segmentación”. La segmentación es la detección de los diferentes contornos en este caso en función de la escala de grises.

Este proceso se desarrolla importando las imágenes provenientes del TAC con el programa *Mimics*. El software de MIMICS permite procesar y editar los datos de imagen en 2D (en formato FLT procedente de las imágenes del TAC) para construir modelos en 3D con la máxima precisión. El primer paso es decidir la orientación; derecha, izquierda, arriba, abajo, anterior y posterior. Una vez decidida

la orientación de las caras se importan las imágenes FLT y se crea el modelo en 3D del cráneo y de la mandíbula. Una vez obtenido el modelo en 3D, se utiliza también éste programa para la obtención de los modelos en 3D del cráneo y de la mandíbula en formato STL.

Este tipo de archivos STL permiten realizar una malla superficial a base de triángulos que describe el contorno de los sólidos. STL es un formato de archivo nativo del software CAD de la estereolitografía (stereolithography) creado por 3D Systems . Este formato de archivo es el apoyo de muchos otros paquetes de software, es ampliamente utilizado para la creación rápida de prototipos y fabricación asistida por ordenador. Los archivos STL sólo describen la geometría de la superficie de un objeto tridimensional sin ningún tipo de representación del color, textura u otros atributos comunes en el modelo CAD.

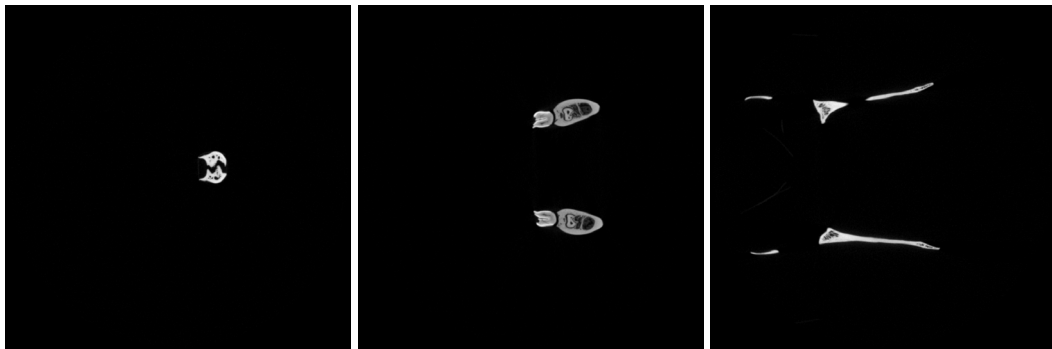


Fig. 4.2.1 Imágenes FLT de la mandíbula del corzo.

En la figura 4.2.1 se muestra un ejemplo de las imágenes en formato FLT que han sido proporcionadas por el Departamento de Paleontología, éstas pertenecen a la mandíbula del corzo hembra y son parte del conjunto obtenido en la realización de las tomografías. La unión de todas ellas, dado que es una secuencia, es lo que se realiza con el software mimics y nos permite la creación del modelo en 3D. A continuación se muestran imágenes de las distintas vistas del cráneo y de la mandíbula, después de haber seleccionado la orientación y del modelo en 3D ya formado.

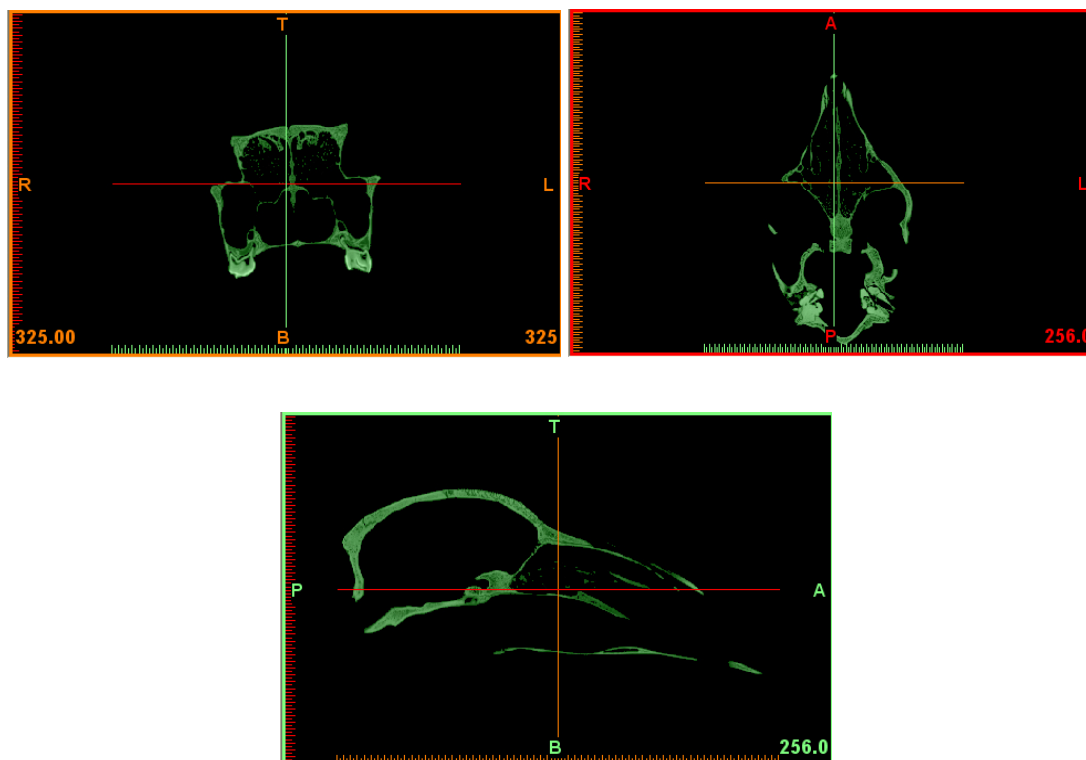


Fig. 4.2.2 Vistas del cráneo de un corzo hembra a partir de imágenes segmentadas en FLT.

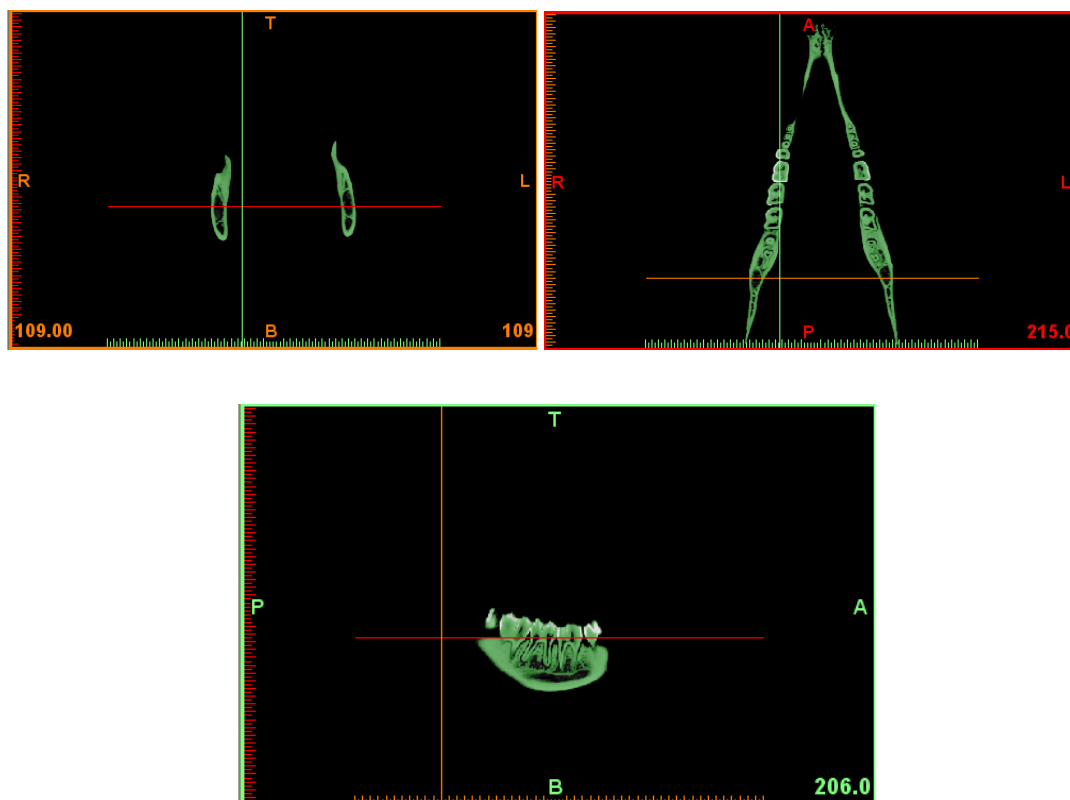


Fig. 4.2.3 Vistas de la mandíbula de un corzo hembra a partir de imágenes segmentadas en FLT.

Cuando se cree el modelo en 3D, se debe elegir la densidad y la calidad óptima para que no exista ningún agujero en la superficie del mismo. La densidad también es proporcional al tamaño del archivo, por lo que se debe elegir la mayor densidad posible dentro de un límite para que los cálculos no queden bloqueados. Un apunte con respecto al modelo 3D de la mandíbula es que faltan los incisivos, esto es debido a que no aparecían en las imágenes en formato FLT.

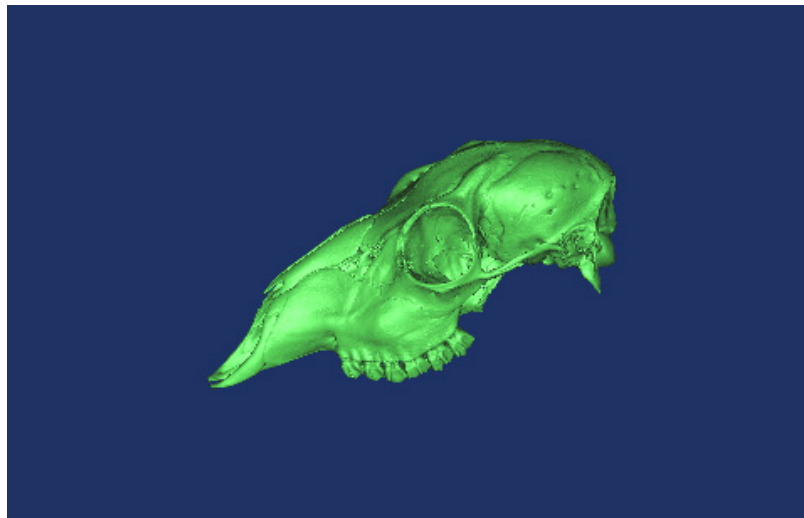


Fig. 4.2.4 Modelo 3D del cráneo de un corzo hembra a partir de imágenes segmentadas en FLT.

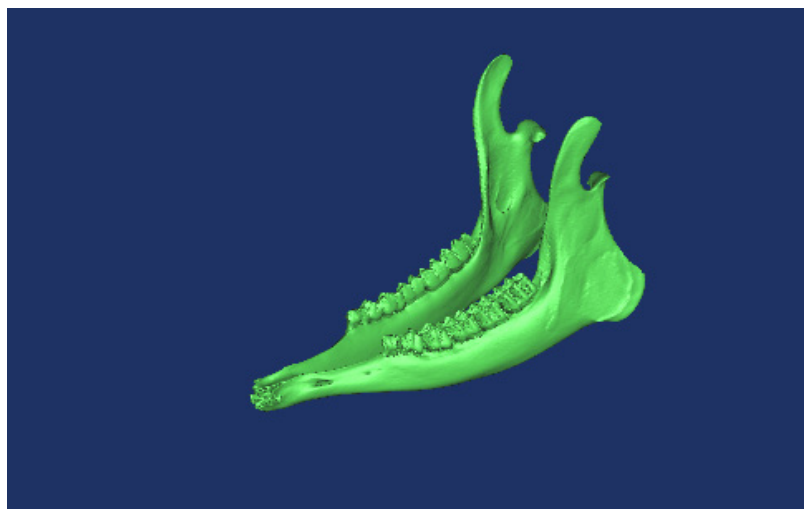


Fig. 4.2.5 Modelo 3D de la mandíbula de un corzo hembra a partir de imágenes segmentadas en FLT.

Una vez obtenido el modelo en 3D el siguiente paso es la obtención del modelo en formato STL. Y la obtención de una primera malla.

4.3 CONSTRUCCIÓN DE LA MALLA

Mediante la utilización del software *Harpoon* importamos el archivo STL y en la función de *mesh* seleccionamos determinados valores; internal, hex dominant, remove hanging. De la base dependerá la densidad de la malla, en un principio se realiza una de gran densidad pero debido a los problemas que surgieron para trabajar con estas densidades, se tuvo que realizar una malla de menor densidad para realizar los cálculos del conjunto completo del cráneo, la mandíbula y los músculos. La base con la que se han realizado todos los cálculos ha sido la de 4,5.

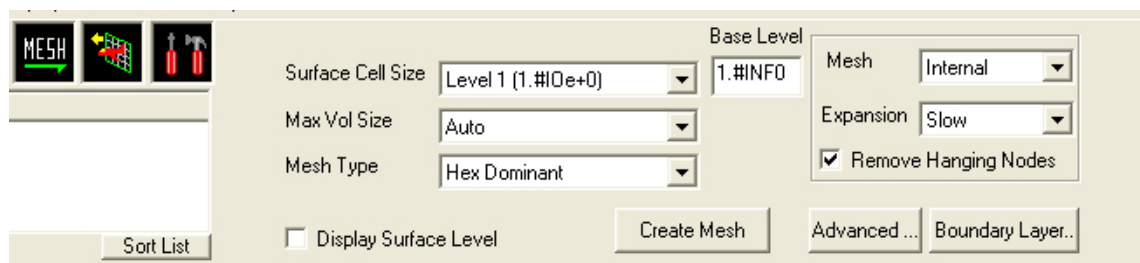


Fig. 4.3.1 Valores determinados para realizar la malla de nuestros modelos.

A continuación, en las figuras 4.3.2 y 4.3.3. se muestran las mallas que han resultado de mallar los modelos con una densidad elevada.

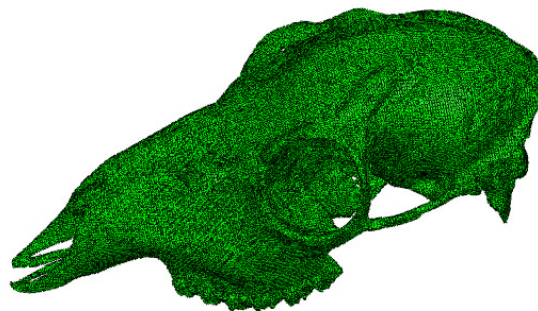


Fig. 4.3.2 Malla de elevada densidad del cráneo del corzo.

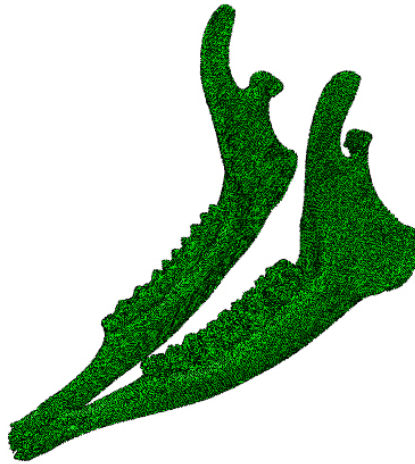


Fig. 4.3.3 Malla de elevada densidad de la mandíbula del corzo.

Una vez mallado por separado el cráneo y la mandíbula, el trabajo con el software Harpoon ha concluido y se pueden realizar unos cálculos previos. Para ello se dispondrán unas condiciones de contorno y unas cargas específicas que se detallarán en el capítulo siguiente de este proyecto. Así pues, el siguiente paso consiste en unir los modelos que tenemos por separado creando un modelo conjunto. Ahora utilizamos el software I-deas.

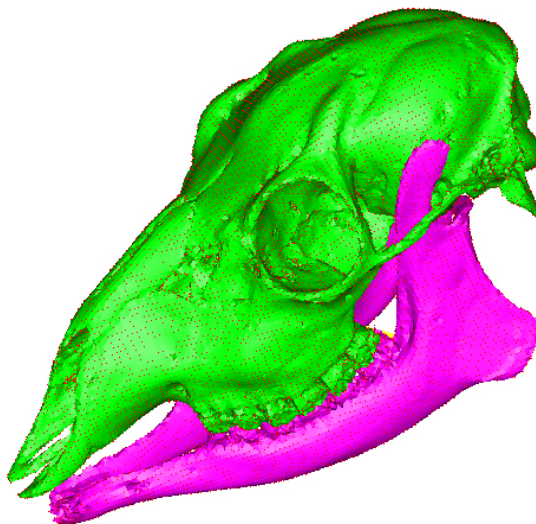


Fig. 4.3.4 Conjunto creado en I-deas a partir de los modelos del cráneo y la mandíbula.

Por otra parte, en el modelo de elementos finitos considerado en *Abaqus* que se origina de exportar el fichero del modelo de elementos finitos de *I-deas*, se varía el tipo de elemento pasando a ser

Elementos en I-DEAS	Elementos en ABAQUS
Beam	Connector
Solid linear tetrahedron	C3D4
Solid linear wedge	C3D6

Tabla 4.3.5 Tipos de elementos

4.4 CONJUNTO, MATERIALES Y PROPIEDADES.

Una vez que tenemos el conjunto unido se añaden los músculos también con el programa *I-deas*. Los músculos que se añaden son tres, el primero es el masetero que une la mandíbula con el cráneo, en la parte posterior lateral externa de ambos, el segundo, el temporal, une el cóndilo de la mandíbula con la parte superior del cráneo, y el tercer grupo, el del músculo pterigoideo, une mandíbula y cráneo por la parte interna de ambos. Los músculos los representamos mediante un grupo de elementos barra a los que les asignamos las propiedades del material.

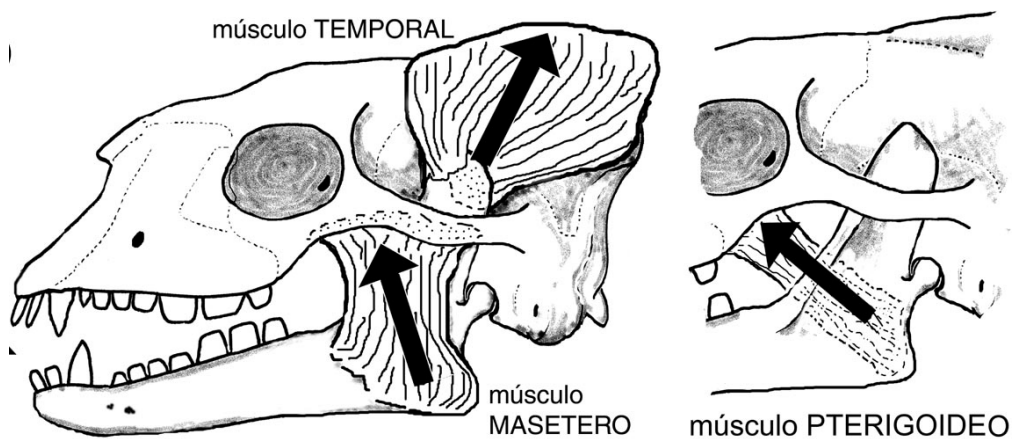


Fig.4.4.1 Esquema de los músculos del cráneo del corzo.

Los músculos ejercen la función de conectores, conectan mandíbula y cráneo y a su vez sirven de amortiguamiento de las tensiones que se generan en la masticación. Las propiedades de éstos conectores se determinan en el archivo INP.

```
*CONNECTOR SECTION, ELSET=TEMPORAL, BEHAVIOR=TEMPORAL
AXIAL
*CONNECTOR BEHAVIOR, NAME=TEMPORAL
*CONNECTOR ELASTICITY, COMPONENT=1, NONLINEAR
0.0286337763,1
0.0953576618,3
0.1785891885,5
0.28531917,7
0.4271346154,9
0.6247389851,11
0.9191133692,13
*CONNECTOR DAMPING, COMPONENT=1
0.029
```

Fig.4.4.2 Tabla de propiedades del músculo Temporal.

Dado que en el conjunto los músculos no se representan por una sola barra, sino que es un haz de barra, las propiedades también son promedio

```
*CONNECTOR SECTION, ELSET=PTERIGOIDEO, BEHAVIOR=PTERIGOIDEO
AXIAL
*CONNECTOR BEHAVIOR, NAME=PTERIGOIDEO
*CONNECTOR ELASTICITY, COMPONENT=1, NONLINEAR
0.0591452533,1
0.2075200705,3
0.4164813851,5
0.7326587052,7
1.2670436,9
*CONNECTOR DAMPING, COMPONENT=1
0.038
```

Fig.4.4.3 Tabla de propiedades del músculo Pterigoideo.

```
*CONNECTOR SECTION, ELSET=MASETERO, BEHAVIOR=MASETERO
AXIAL
*CONNECTOR BEHAVIOR, NAME=MASETERO
*CONNECTOR ELASTICITY, COMPONENT=1, NONLINEAR
0.0621057716,1
0.2020574296,3
0.3678373366,5
0.5673222799,7
0.8119543742,9
1.119015707,11
*CONNECTOR DAMPING, COMPONENT=1
0.053
```

Fig.4.4.4 Tabla de propiedades del músculo Masetero.

Este tipo de elementos permite la definición de una fuerza seguidora entre la mandíbula y el cráneo en este caso. Así, se puede introducir la acción de los músculos en un determinado tiempo pero también se define su comportamiento viscoso a través de un coeficiente de amortiguamiento, y su rigidez que será proporcional a la elongación que sufra el músculo. Finalmente, dado que los músculos son grandes superficies que cubren diferentes regiones anatómicas, se discretizaron en base a diferentes conectores que cubriesen la sección efectiva de cada uno de ellos.

Una vez definidas las propiedades de todos los músculos se comienza con el cálculo. El caso general que se estudia es en el que trabajan todos los músculos. Se trata de estudiar la tensión que genera la masticación y en el primer caso el animal tiene una mordida como el hombre. Los dientes están unidos. Pero éstos animales son rumiantes así que hemos decidido tener en cuenta una masticación diferente, representada de forma que sólo trabajan los músculos de un lado, en este caso los del lado izquierdo. Y dado estos resultados a modo de estudio, realizamos también los casos en los que trabajaran los tres músculos citados de forma independiente.

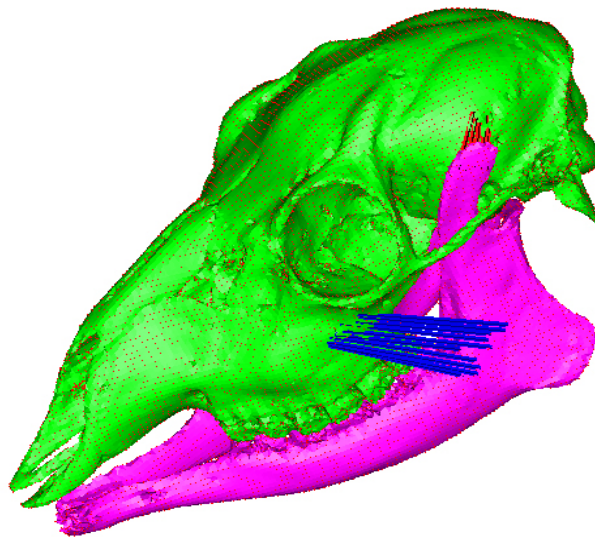


Fig. 4.4.5 Conjunto y músculos.

En la figura anterior se muestra el conjunto con los músculos ya añadidos. Cada tipo de músculo está representado con un color distinto. El músculo masetero está representado en azul, el músculo temporal está representado en rojo y el músculo pterigoideo, no aparece en la imagen dado q está por la parte interna y es

amarillo. Las propiedades de cada uno de los distintos tipos de músculos también serán distintas, tal y como se ha mostrado en las anteriores tablas.

Una vez definidos los músculos se pasa a definir los materiales, tanto del cráneo y de la mandíbula como de los dientes.

```
*MATERIAL, NAME=HUESO
*ELASTIC
15000,0.3
*SOLID SECTION, ELSET=MANDIBULA,
MATERIAL=HUESO
*SOLID SECTION, ELSET=CRANEO, MATERIAL=HUESO
```

Fig. 4.4.6 Propiedades del material del cráneo y de la mandíbula.

En este proyecto, se pretendía únicamente la realización de un primer análisis de la distribución de tensiones en el cráneo y mandíbula para unas cargas determinadas. De este modo, se considero el hueso como un material homogéneo en el que no se diferenció entre hueso cortical y esponjoso. En estas simulaciones, por tanto, se eligieron propiedades promedio para los diversos materiales implicados.

Por otro lado, los dientes son una parte fundamental en el modelo. A pesar, de que su simulación y estudio será realizado en posteriores investigaciones, se asignaron diferentes propiedades a estos elementos.

```
*MATERIAL, NAME=DIENTE
*ELASTIC
20000,0.4
*SOLID SECTION, ELSET=DIENTES, MATERIAL=DIENTE
```

Fig. 4.4.7 Propiedades del material de los dientes.

4.5 CONDICIONES DE CONTORNO

En este proyecto se han estudiado distintos casos, que se asocian a los distintos estados de carga. Como condición de contorno se indica que no existen desplazamientos en los dientes. Esto es así para simular que el animal posee la boca cerrada y por tanto existe contacto entre los dientes. De nuevo se considera

que esta hipótesis conlleva a una simplificación muy significativa del problema, pero la introducción de condiciones de contacto entre los dientes hubiera supuesto un coste computacional elevadísimo que no repercutiría de forma relevante en el estado tensional óseo resultante.

Los distintos casos de cargas que se estudian en este proyecto son:

- Masticación completa. Trabajan todos los músculos; el masetero, el temporal y el pterigoideo de ambos lados de la cabeza del corzo. Es similar a la masticación del hombre.
- Masticación unilateral. Trabajan los músculos masetero, temporal y pterigoideo, pero sólo de un lado de la cabeza del corzo. En el caso de este proyecto, se estudia la tensión sobre el cráneo y la mandíbula cuando trabajan los músculos del lado izquierdo.
- Masticación músculo masetero. Se estudia la tensión que soportan cráneo y mandíbula trabajando sólo el músculo masetero de ambos lados de la cabeza del corzo.
- Masticación músculo temporal. Se estudia la tensión que soportan cráneo y mandíbula trabajando sólo el músculo temporal de ambos lados de la cabeza del corzo.
- Masticación músculo pterigoideo. Se estudia la tensión que soportan cráneo y mandíbula trabajando sólo el músculo pterigoideo de ambos lados de la cabeza del corzo.

4.6 CARGAS QUE ACTUAN EN EL MODELO

Las cargas en los casos generales de estudio, como se ha citado anteriormente, se aplican directamente en los músculos. Como los músculos están representados no por un elemento conector sino por la unión de diferentes elementos que conforman la sección eficaz real del músculo, la carga tiene que ser proporcional al número de elementos.

- Se supone que el cráneo y la mandíbula están unidos, existe contacto entre ellos. Existe contacto entre los dientes, pero no existe desplazamiento, la boca del animal permanece cerrada.

- Se aplican diferentes fuerzas a los músculos teniendo en cuenta que su activación se realiza durante el tiempo de simulación. En la siguiente tabla se muestran los valores introducidos máximos para cada uno de los músculos introducidos teniendo en cuenta una contracción completa y simétrica de los mismos. Por último, es necesario remarcar que los valores introducidos para cada uno de los músculos han sido extraídos de la masticación humana, habiendo sido imposible la obtención de valores de fuerza de los músculos para este tipo de rumiantes.

<pre>*CONNECTOR LOAD, AMPLITUDE=RAMP1 TEMPORAL,1,-120 MASETERO,1,-272.8 PTERIGOIDEO,1,-73</pre>

Fig. 4.6.1 Condiciones de carga de los músculos.

Para cada caso de carga, habrá que modificar el archivo INP para que sólo actúen los músculos determinados en cada caso.

El caso previo de carga, posee condiciones de contorno y cargas distintas que se tratan en el apartado de resultados.

5. RESULTADOS

En este capítulo del proyecto se muestran los principales resultados obtenidos.

5.1. RESULTADOS PRELIMINARES

El objetivo de la realización de esos cálculos preliminares fue el de determinar el grado de convergencia del modelo y la consistencia de la malla de elementos finitos realizada. Como luego se describirá, este modelo fue sustituido por otro con menor densidad de elementos que convergía a la misma solución, con la finalidad de obtener un tiempo de cálculo inferior.

Para el chequeo del modelo, el cráneo fue fijado por la parte posterior y se impusieron dos cargas en la parte delantera. Del mismo modo se realizó una simulación con el modelo de elementos finitos de la mandíbula para chequear la malla.

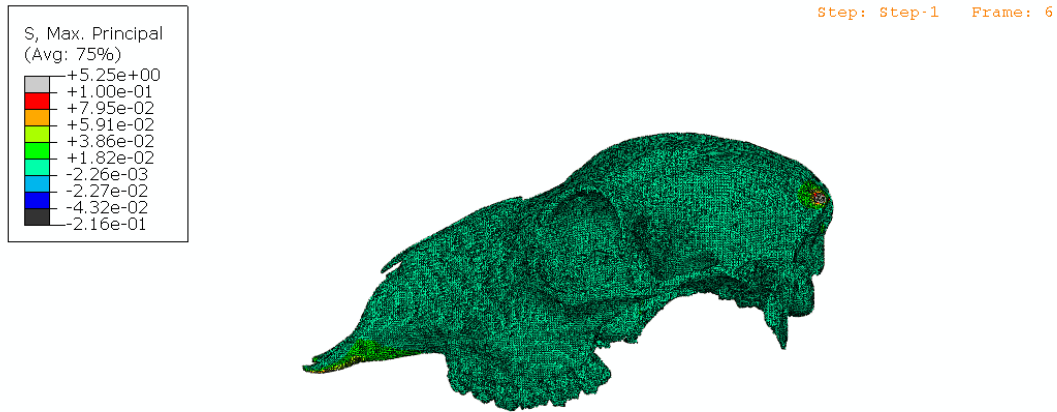


Fig.5.1.1 Tensión máxima del estudio previo.

Las condiciones de contorno y de cargas para el cráneo son las siguientes, al igual que el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, que en los cálculos iniciales se tomaron de forma aproximada.

```
*BOUNDARY, TYPE=DISPLACEMENT
335978,1,6,0
217648,1,6,0
219956,1,6,0
265622,1,6,0
42327,1,6,0
25010,1,6,0
*STEP
*STATIC
0.1, 1
*CLOAD
234452, 1, 1
210575, 1, 1
```

Fig.5.1.2 Puntos donde el movimiento está restringido y puntos de aplicación de las cargas en el cráneo.

```
*SOLID SECTION, ELSET=ALL,
MATERIAL=STEEL
1.963E-5,
*MATERIAL, NAME=STEEL
*ELASTIC
200.E9. 0.3
```

Fig.5.1.3 Propiedades del material para los cálculos previos del cráneo.

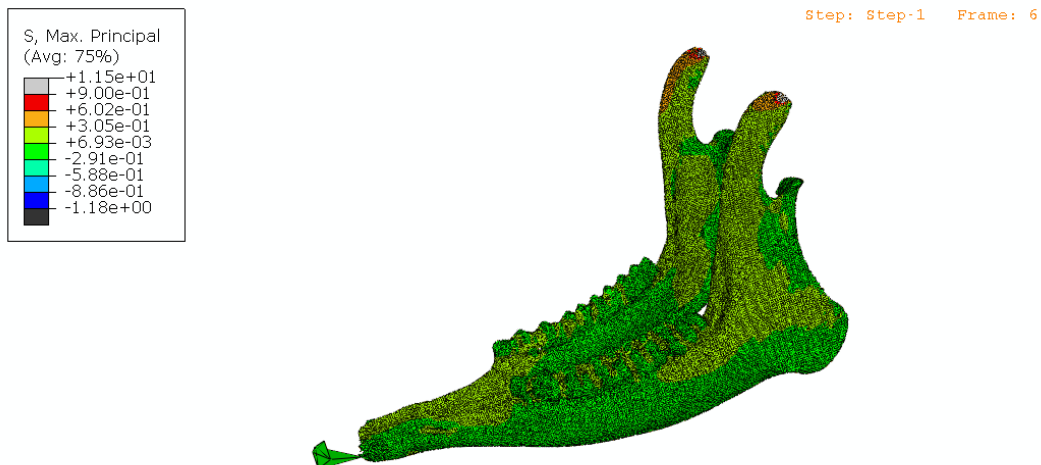


Fig.5.1.4 Tensión máxima del estudio previo de la mandíbula.

```
*BOUNDARY, TYPE=DISPLACEMENT
161412,1,6,0
161413,1,6,0
227302,1,6,0
236658,1,6,0
236956,1,6,0
160623,1,6,0
162912,1,6,0
190189,1,6,0
191621,1,6,0
218248,1,6,0
220047,1,6,0
236789,1,6,0
*STEP
*STATIC
0.1, 1
*CLOAD
143288, 1, 1
196285, 1, 1
```

Fig.5.1.5 Puntos donde el movimiento está restringido y puntos de aplicación de las cargas en la mandíbula.

```
*SOLID SECTION, ELSET=ALL,  
MATERIAL=STEEL  
1.963E-5,  
*MATERIAL, NAME=STEEL  
*ELASTIC  
200.E9. 0.3
```

Fig.5.1.6 Propiedades del material para los cálculos previos de la mandíbula.

5.2. SIMULACIÓN DE LA MASTICACIÓN DEL CORZO

El proceso de cálculo se realizó con el programa *Abaqus*. Como se observa en la figura 5.1.4. en los primeros cálculos la malla tenía algunas irregularidades. Todas ellas fueron eliminadas en el archivo INP antes de formarse el conjunto. Una vez formado el conjunto con el cráneo y mandíbula definitivos y después de añadirse los músculos, se exportó desde I-deas de nuevo el modelo para obtener el fichero INP para *Abaqus* en el que quedaban ya definidos los nodos, los elementos y los distintos grupos que componen la malla.

Las cargas se asignaron como señala el capítulo anterior, se definieron los materiales y sus propiedades en el archivo INP y se realizaron los cálculos.

5.2.1. MASTICACIÓN CONCÉNTRICA COMPLETA

Para el caso general donde trabajan todos los músculos de ambos lados del cráneo del corzo se han obtenido los siguientes resultados tras el cálculo en *Abaqus* y los representamos en las imágenes que aparecen a continuación. Son imágenes que nos muestran los resultados de la tensión máxima a la que está sometido el modelo, de la tensión mínima (compresión) y de los desplazamientos que éste experimenta:

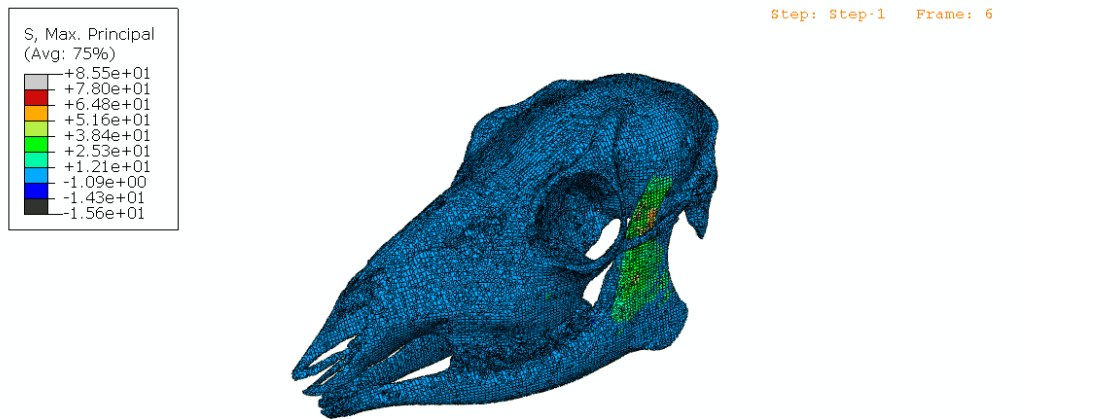


Fig.5.2.1.1 Tensión máxima cuando actúan todos los músculos sobre el conjunto.

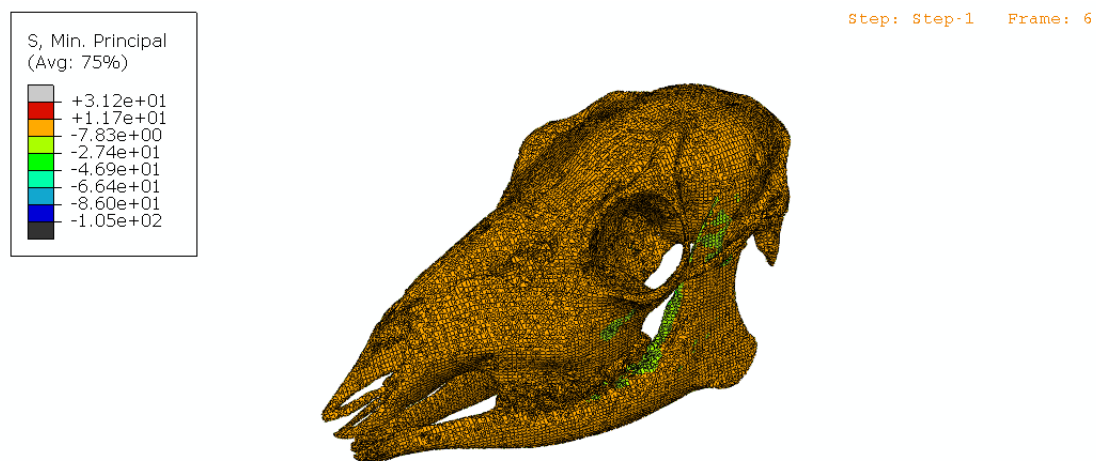


Fig.5.2.1.2 Tensión mínima cuando actúan todos los músculos sobre el conjunto.

El valor de la tensión máxima para el caso en el que actúan todos los músculos, es decir el masetero, el músculo temporal y el músculo pterigoideo de ambos lados de la cabeza del corzo es de $6,48 \text{ e}^{+1} \text{ MPa}$. Y el valor de la tensión mínima (de compresión) para este mismo caso es de $-4,69 \text{ e}^{+1} \text{ MPa}$.

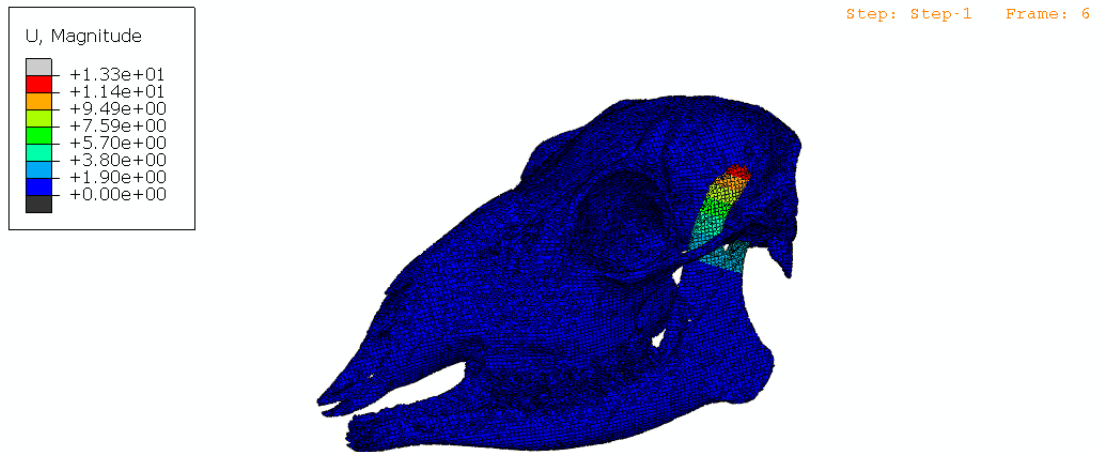


Fig.5.2.1.3 Desplazamientos cuando actúan todos los músculos sobre el conjunto.

El valor del desplazamiento máximo es de $1,14 \text{ e}^{+1} \text{ mm}$ cuando actúan sobre el modelo creado todos los músculos.

A partir de aquí, calculamos las mismas tensiones para los distintos casos, estudiamos el caso en el que sólo actúan los músculos del lado izquierdo del conjunto, y después los casos en los que sólo trabaja un músculo a la vez.

5.2.2. MASTICACIÓN LATERAL COMPLETA

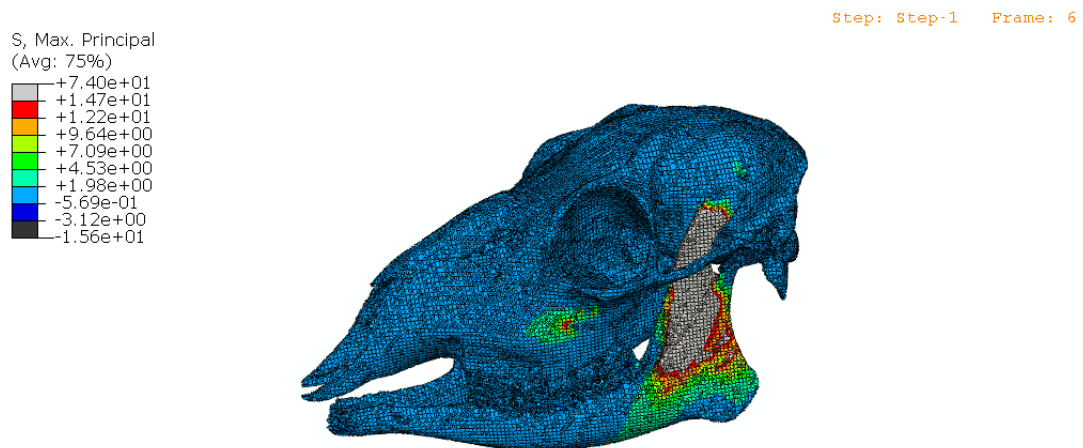


Fig.5.2.2.1 Tensión máxima cuando sólo actúan los músculos de la parte izquierda.

En este caso, sólo se tienen en cuenta los músculos de la parte izquierda del corzo. Los de la derecha no trabajan, y tratan de imitar la mordida característica de los rumiantes. El valor obtenido para la tensión máxima (tracción) es de $7,40 \times 10^1$ MPa.

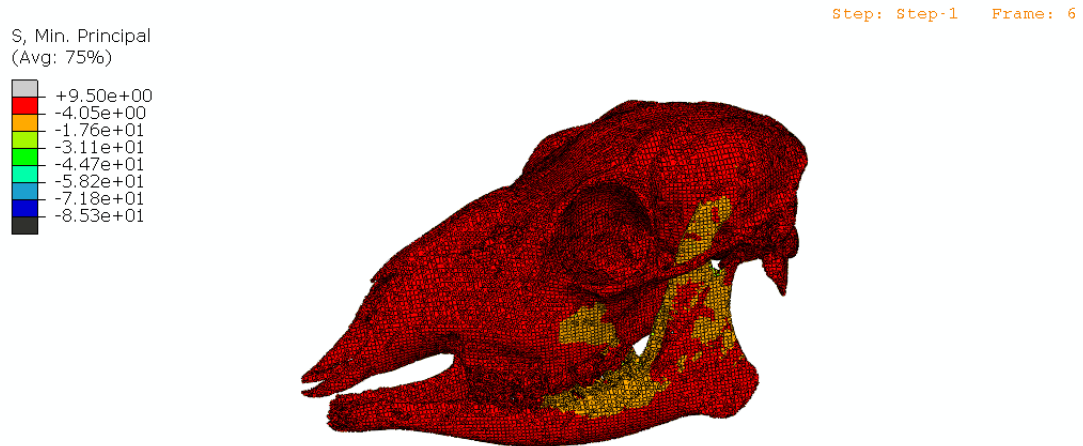


Fig.5.2.2.2 Tensión mínima cuando sólo actúan los músculos del lado izquierdo.

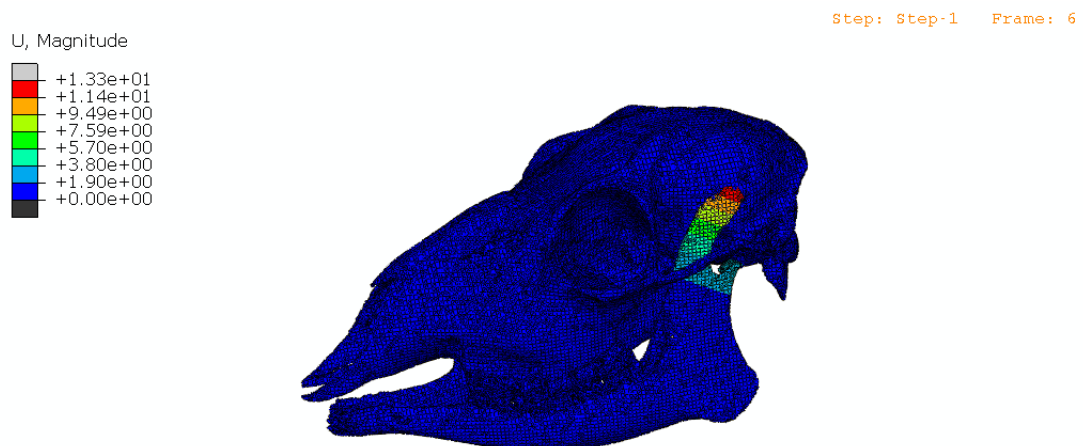


Fig.5.2.2.3 Desplazamientos cuando sólo actúan los músculos del lado izquierdo.

Los valores máximos obtenidos en este caso para la tensión mínima (de compresión) son de $-4,05$ MPa y el valor de desplazamiento máximo se localiza en el cóndilo de la mandíbula y tiene un valor de $1,14 \text{ e}^{+1}$ mm.

5.2.3. MASTICACIÓN COMPLETA MÚSCULO MASETERO

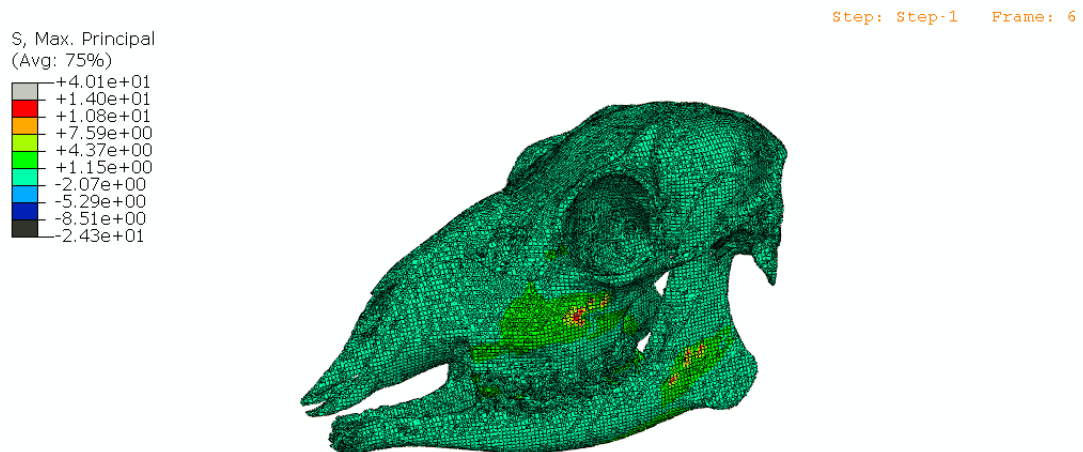


Fig.5.2.3.1 Tensión máxima cuando sólo actúa el músculo masetero.

Las tensiones máximas obtenidas cuando actúa sólo el músculo masetero de los dos lados es de $1,40 \text{ e}^{+1}$ MPa y el valor de la tensión mínima (compresión) para el caso de estudio actual es de $-9,77$ MPa.

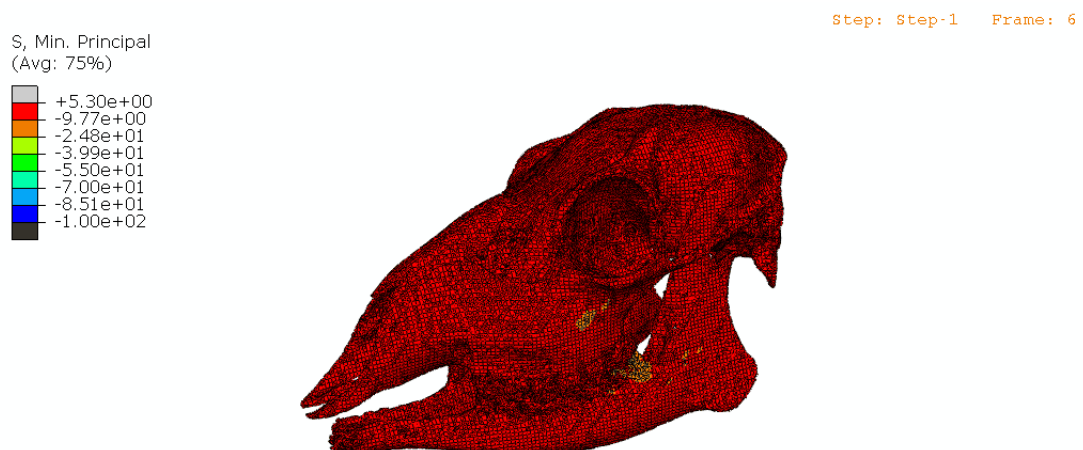


Fig.5.2.3.2 Tensión mínima cuando sólo actúa el músculo masetero.

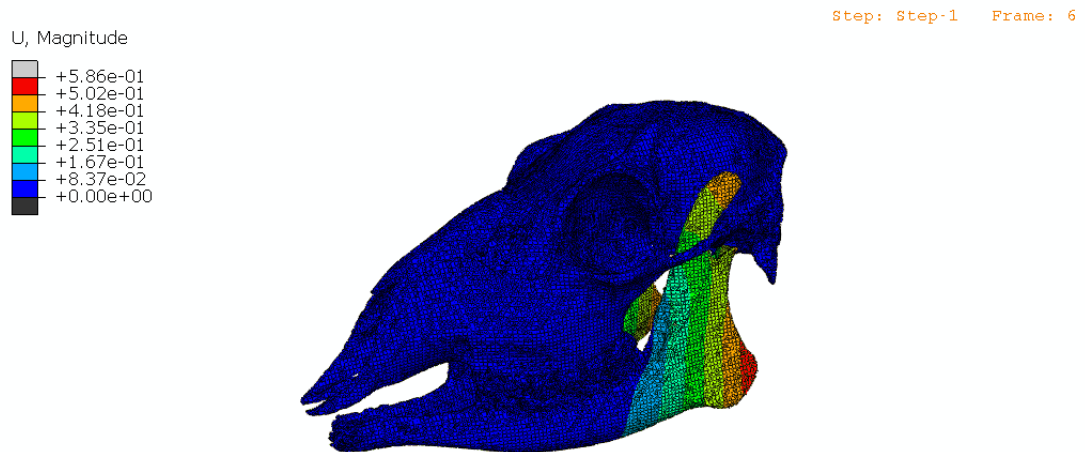


Fig.5.2.3.3 Desplazamientos cuando sólo actúa el músculo masetero.

Los desplazamientos máximos que tienen lugar en este caso son de $5,02 \times 10^{-1}$ mm. Estos desplazamientos están localizados en la parte posterior de la mandíbula.

5.2.4. MASTICACIÓN COMPLETA MÚSCULO TEMPORAL

El siguiente caso de estudio es aquel donde sólo trabaja el músculo temporal. El músculo trabaja a ambos lados del cráneo del corzo y el valor máximo de la tensión máxima (tracción) es de $5,76 \times 10^1$ MPa.

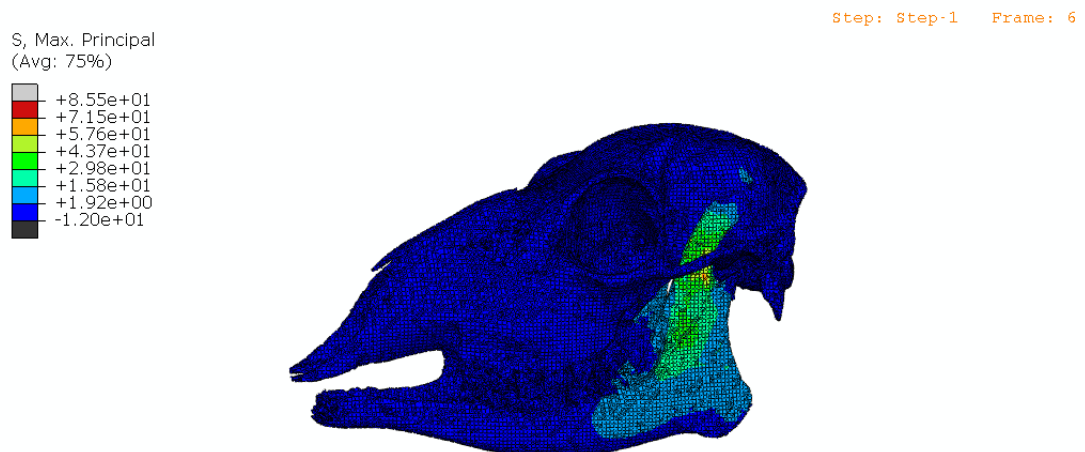


Fig.5.2.4.1 Tensión máxima cuando sólo actúa el músculo temporal.

La tensión mínima del conjunto cuando está sometido sólo a la fuerza del músculo temporal es de $-4,69 \text{ e}^{+1} \text{ MPa}$

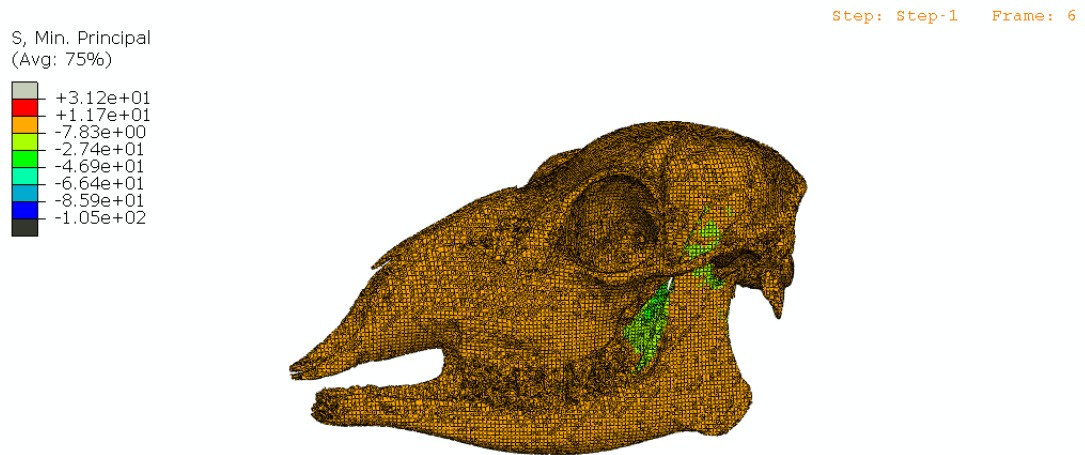


Fig.5.2.4.2 Tensión mínima cuando sólo actúa el músculo temporal.

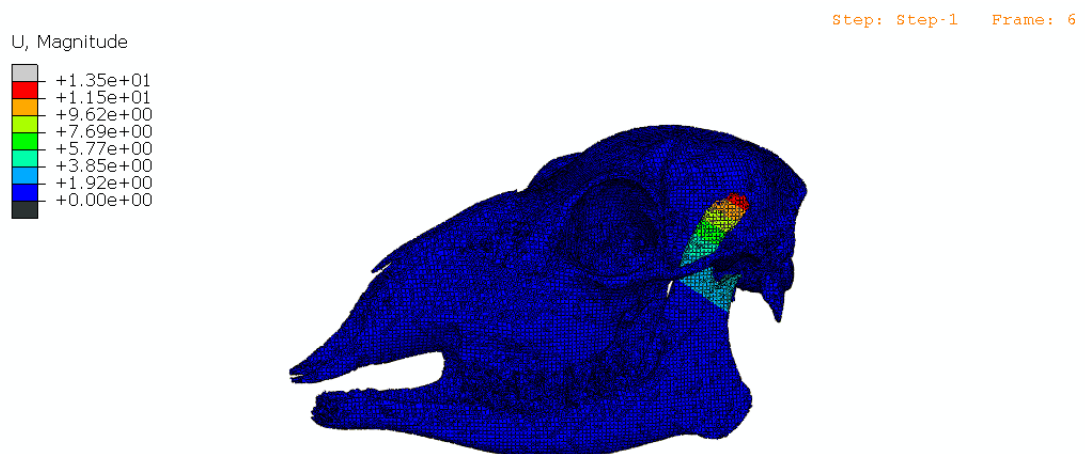


Fig.5.2.4.3 Desplazamientos cuando sólo actúa el músculo temporal.

En el caso en el que sólo trabaja el músculo temporal en ambos lados el desplazamiento que sufre es de $1,15 \text{ e}^{+1} \text{ mm}$

5.2.5. MASTICACIÓN COMPLETA MÚSCULO PTERIGOIDEO

El último caso que se estudia es cuando se somete el modelo a solo a la fuerza ejercida por el músculo pterigoideo, éste también actúa a ambos lados del cráneo y el resultado de dicha tensión máxima (tracción) es de 4,49 MPa.

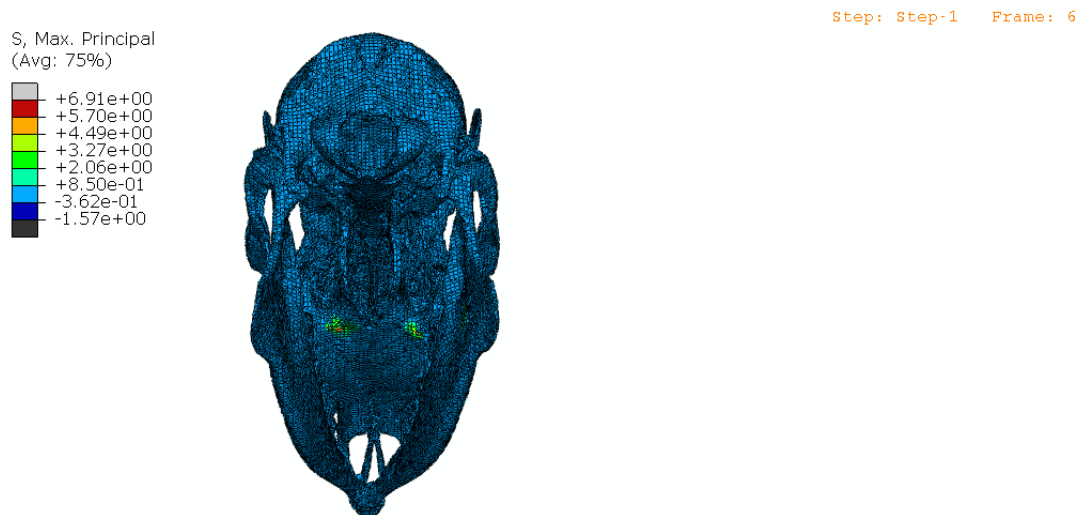


Fig.5.2.5.1 Tensión máxima cuando sólo actúa el músculo pterigoideo.

El valor de tensión mínima (compresión) obtenido para este caso de estudio donde sólo trabaja el músculo pterigoideo es de -2,70 MPa.

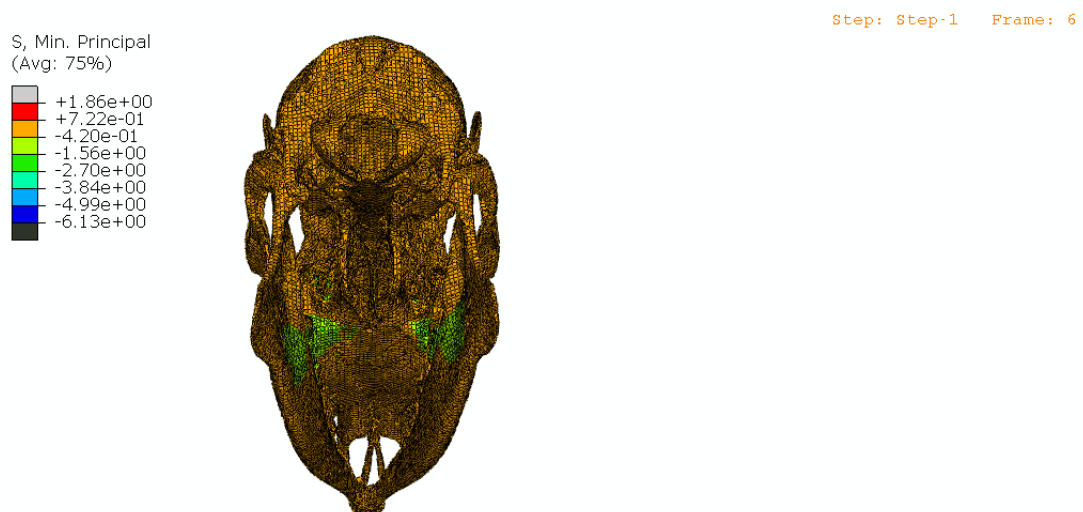


Fig.5.2.5.2 Tensión mínima cuando sólo actúa el músculo pterigoideo.

El desplazamiento máximo que sufre el conjunto cuando es sometido a la fuerza del músculo pterigoideo es de $2,62 \times 10^{-2}$ mm.

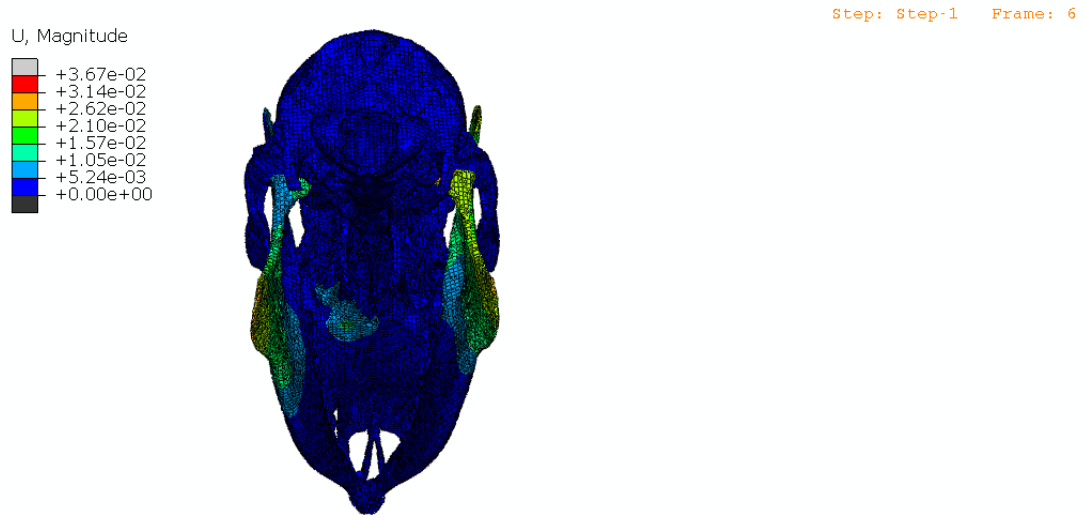


Fig.5.2.5.3 Desplazamientos cuando sólo actúa el músculo pterigoideo, vista 1.

En la imagen siguiente se puede observar dónde está localizado dicho desplazamiento máximo. Éste se localiza en la parte baja posterior de la mandíbula.

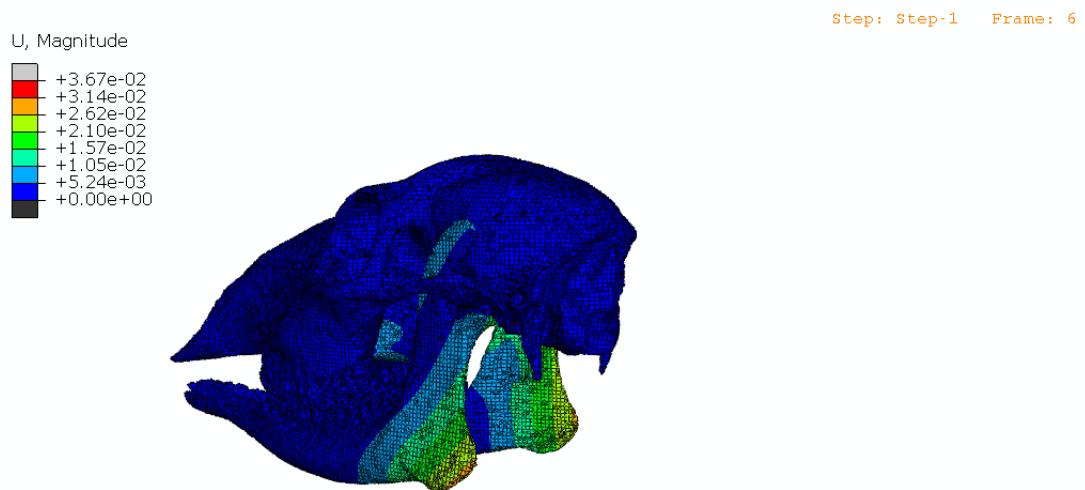


Fig.5.2.5.4 Desplazamientos cuando sólo actúa el músculo pterigoideo, vista 2.

5.3 TABLAS RESUMEN DE RESULTADOS

A continuación como resumen de los resultados obtenidos se muestran las siguientes tablas separadas por los distintos casos estudiados.

CASO	T max (MPa)	T min (MPa)	U (mm)
Masticación completa de todos los músculos	6,48 e ⁺¹	-4,69 e ⁺¹	1,14 e ⁺¹

Tabla 5.3.1 Tabla resumen de las tensiones máximas de tracción, compresión y desplazamientos máximos para el caso en el que la masticación es completa de todos los músculos.

CASO	T max (MPa)	T min (MPa)	U (mm)
Masticación unilateral	7,40 e ⁺¹	-4,05	1,14 e ⁺¹

Tabla 5.3.2 Tabla resumen de las tensiones máximas de tracción, compresión y desplazamientos máximos para el caso en el que la masticación es unilateral.

CASO	T max (MPa)	T min (MPa)	U (mm)
Masticación completa del músculo masetero	1,40 e ⁺¹	-9,77	5,02 e ⁻¹

Tabla 5.3.3 Tabla resumen de las tensiones máximas de tracción, compresión y desplazamientos máximos para el caso en el que la masticación es completa pero sólo trabaja el músculo masetero.

CASO	T max (MPa)	T min (MPa)	U (mm)
Masticación completa del músculo temporal	5,76 e ⁺¹	-4,69 e ⁺¹	1,15 e ⁺¹

Tabla 5.3.4 Tabla resumen de las tensiones máximas de tracción, compresión y desplazamientos máximos para el caso en el que la masticación es completa pero sólo trabaja el músculo temporal.

CASO	T max (MPa)	T min (MPa)	U (mm)
Masticación completa del músculo pterigoideo	4,49	-2,70	2,62 e ⁻²

Tabla 5.3.5 Tabla resumen de las tensiones máximas de tracción, compresión y desplazamientos máximos para el caso en el que la masticación es completa pero sólo trabaja el músculo pterigoideo.

6. CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO

En este capítulo se analizan las conclusiones más importantes obtenidas en la realización del proyecto, tras haber aplicado los diferentes casos de carga y se comentan las posibles líneas futuras de investigación.

6.1 CONCLUSIONES

Una vez hemos obtenido los distintos resultados de tensiones y desplazamientos de los distintos casos estudiados, hacemos un cuadro comparativo que nos ayudará a llegar a una serie de conclusiones posteriores.

	Tensión Máx (MPa)	Tensión Mín (MPa)	Despla (mm)
Cuando actúan todos los músculos	6,48 e ⁺¹	-4,69 e ⁺¹	1,14 e ⁺¹
Sólo actúan los músculos del lado izqdo.	7,40 e ⁺¹	-4,05	1,14 e ⁺¹
Sólo trabaja el músculo masetero	1,40 e ⁺¹	-9,77	5,02 e ⁻¹
Sólo trabaja el músculo temporal	5,76 e ⁺¹	-4,69 e ⁺¹	1,15 e ⁺¹
Sólo trabaja el músculo pterigoideo	4,49	-2,70	2,62 e ⁻²

Tabla 6.1 Tensiones y desplazamientos de los distintos casos estudiados.

A partir del cuadro apreciamos que la tensión máxima de tracción se da cuando sólo actúan los músculos del lado izquierdo y su valor es de 7,40 e⁺¹ MPa.

La tensión mínima (compresión) es máxima en dos casos estudiados, en el caso general en el que trabajan todos los músculos de ambos lados de la cabeza del corzo y en el caso en el que trabaja sólo el músculo temporal, su valor es (-4,69 e⁺¹ mm).

Respecto a los desplazamientos se observa que el mayor se da para el caso en el que sólo actúa el músculo temporal, su valor es de 1,15 e⁺¹mm, pero cabe destacar la proximidad con los resultados de otros casos estudiados, como son: el caso en el que trabajan todos los músculos de ambos lados del cráneo del corzo y el caso en el que trabajan sólo los músculos del lado izquierdo. El valor para estos dos casos de los desplazamientos máximos es de 1,14 e⁺¹ mm.

6.2 FUTURAS LÍNEAS DE DESARROLLO

Este proyecto se centra en el comportamiento del cráneo y de la mandíbula al aplicar una serie de cargas, que simulan la alimentación del animal, un corzo

hembra. Así pues se podría hacer extensible al estudio de otras partes de la mandíbula de dicho animal, como por ejemplo los dientes, estudiando las tensiones que sobre ellos tienen lugar. También sería conveniente definir de nuevo las propiedades de los dientes, para una mayor precisión en los resultados.

Los casos que se han estudiado en este proyecto, sólo son un ejemplo de la multitud de casos que se podrían estudiar, como por ejemplo, una opción sería añadir al modelo una bola de alimento del animal y estudiar las tensiones que ésta provoca.

GLOSARIO

1. ARTIODÁCTILO. (Del gr. ἄρτιος, par, y -δάκτιλο).

1. adj. *Zool.* Se dice del mamífero ungulado cuyas extremidades terminan en un número par de dedos, de los cuales apoyan en el suelo por lo menos dos, que son simétricos. U. t. c. s.

2. m. pl. *Zool.* Taxón de estos animales, que comprende los Paquidermos y los Rumiantes

2. CÉRVIDO. (Del lat. *cervus*, ciervo, y el gr. εἶδος, forma).

1. adj. *Zool.* Se dice de los mamíferos artiodáctilos rumiantes cuyos machos tienen cuernos ramificados que caen y se renuevan periódicamente; p. ej., el ciervo y el reno. U. t. c. s.

2. m. pl. *Zool.* Taxón de estos animales.

Real academia de la lengua Española.

3. UNGULADO. (Del lat. *ungulātus*).

1. adj. *Zool.* Se dice del mamífero que tiene casco o pezuña. U. t. c. s.

2. m. pl. *Zool.* Grupo de estos animales, que comprende los Perisodáctilos y los Artiodáctilos.

4. XEROFÍTICO. (De *xero-* y *-fíto*).

1. adj. Xerófilo, pero, con mayor precisión, se dice de los vegetales adaptados por su estructura a los medios secos, por su temperatura u otras causas.

5. DIMORFISMO.

1. m. *Biol.* Condición de las especies animales o vegetales que presentan dos formas o dos aspectos anatómicos diferentes.

6. SENESCENTE. (Del lat. *senescens*, *-entis*).

1. adj. Que empieza a envejecer.

7. FENOTÍPICO/CA.

1. adj. *Biol.* Perteneciente o relativo al fenotipo*.

***FENOTIPO.** (Del gr. φαίνειν, mostrar, aparecer, y τύπος, tipo).

1. m. Biol. Manifestación visible del genotipo en un determinado ambiente.

BIBLIOGRAFÍA

Geist (1999).

Gortázar, C., Herrero, J., Villafuerte, R. y Marco, J. 2000. "Historical examination of the status of large mammals in Aragón, Spain". *Mammalia* 64 (4):411-422.

Sáez-Royuela, C. y Tellería J.L. 1991. "Roe deer (*Capreolus capreolus*) distribution in central Spain".

Costa, L. 1992. Ecología del corzo en las montañas cantábricas. Modelo de gestión.

Danilkin, A. 1996. Behavioural Ecology of Siberian and European Roe Deer.

San José, C. 1997. "Corzo *Capreolus capreolus* (Linnaeus, 1758)". *Galemys*, Boletín SECEM, 9:3-8

San José, C. 2001. "Métodos para la evaluación de poblaciones de corzo en el sur de España". *Boletín de la Asociación del Corzo Español*, 1:16-19.

San José, C. y F. Braza. 2000. "Las repoblaciones de corzo en España". *Trofeo*, 365:156-157.

San José, C. 2002. "Corzo, *Capreolus capreolus* Linnaeus, 1758". En: *Atlas de los mamíferos terrestres de España*. L. J. Palomo and J. Gisbert (Eds.)

Mateos-Quesada, 2005.

Corbet, G.B. 1978. The mammals of the Palearctic Region: a taxonomic review. British Museum (Natural History), Cornell University Press, London.

Goss, 1983.

Braza, F., C. San José, S. Aragón y J.R. Delibes. 1994b. Métodos para el manejo y estudio de cérvidos. Ed. Consejería de Agricultura y Pesca. Junta de Andalucía, Sevilla, 81 pp.

Braza, F., I. Varela, C. San José y V. Cases. 1989. "Distribución del corzo, el gamo y el ciervo en España". *Quercus* 42:4-11.

Braza, F, San José C, Aragón S, Delibes JR. 1994. El corzo andaluz. Ed. Consejería de Medio Ambiente - Junta de Andalucía, Sevilla. 156 pp.

Montulet, 1984.

Vanpè et al. 2007.

Fandos, P., Martínez T. y Palacios F. 1987. "Estudio sobre la alimentación del corzo (*Capreolus capreolus*) en España". *Ecología* 1:161-186.

Aragón, S. 1993. El corzo (*Capreolus capreolus*) en Cádiz. Caracterización y encuadre de sus poblaciones en el conjunto de la especie. Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, 191pp.

Aragón, S. 1996. "Situación actual de las poblaciones de corzo en España".

Quercus 124:16-19.

Aragón, S., F. Braza y C. San José. 1995. "Características morfológicas de los corzos (*Capreolus capreolus*) de las sierras de Cádiz-Málaga". Doñana Acta Vertebrata 22:51-64.

Aragón, S., F. Braza y C. San José. 1995. "Socioeconomic, physiognomic, and climatic factors determining the distribution pattern of roe deer *Capreolus capreolus* in Spain". Acta Theriologica 40:37-43.

Aragón, S., F. Braza y C. San José. 1998. "Variation in skull morphology of roe deer (*Capreolus capreolus*) in western and central Europe". Journal of Mammalogy 79 (1):131-140.

Delibel 1996.

Lehman 1969.

Lorenzini, R., C. San José, F. Braza, and S. Aragón. 2003. "Genetic differentiation and phylogeography of roe deer in Spain, as suggested by mitochondrial DNA and microsatellite analysis". *Italian Journal of Zoology* 70: 89-99.

Rosell, C. (2001). "Los ungulados y los ecosistemas forestales: los ejemplos del jabalí y el corzo". *Conservación de la biodiversidad y gestión foresta. Su aplicación en fauna vertebrada*. Camprodon, J. Y Plana, E. (Eds.). Edicions de la Universitat de Barcelona: 377-396.

Real Academia de la Lengua Española.

Asociación del corzo español.